Institut für Hydrologie der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg im Breisgau

Julian Klaus

Einbau von Grundwasseraltersdaten in die Mischungszellenmodellierung und die Anwendung auf das Dünengebiet des Unteren Kuiseb in Namibia

Referent: Prof. Dr. Ch. Leibundgut Koreferent: Dr. Ch. Külls

Diplomarbeit unter Leitung von Prof. Dr. Ch. Leibundgut Freiburg i. Br., September 2006

Inhaltsverzeichnis

Ir	nhalts	verzeic	hnis	I
A	bbild	lungsve	rzeichnis	IV
Т	abelle	enverze	eichnis	VI
E	xtend	led Sun	nmary	XI
Z	usam	menfas	sung - Deutsch	XIII
1	E	inführu	ng	1
2	E	ntwick	ung und Forschungsstand der Mixing-Cell-Modelle	2
3	М	lethodi	k der Grundwasserdatierung	12
	3.1	Das	Alter von Wasser	12
	3.2	Vor	aussetzungen für die Datierungen	12
	3.3	Zer	fallsgesetz	13
	3.4	Dat	ierung mit Kryptonisotopen	13
	3.5	Dat	ierung mit Argon	14
	3.6	Dat	ieren mit CFCs	14
	3.7	Dat	ieren mit der Tritium-Helium-Methode	14
	3.8	Dat	ieren mit ¹⁴ Kohlenstoff	15
4	T	heorie	der Mixing-Cell-Modellierung	16
	4.1	Met	hodik nach Adar aus Adar und Sorek (1989, 1990) und Adar (1996)	16
	4.	1.1	Grundlage	16
	4.1.2		Bestimmung der Grundwasserflüsse und der Neubildungs-Komponer	nten. 17
	4.	1.3	Abschätzen der Transmissivitäten über Fließgrenzen	20
	4.	1.4	Bestimmung der Speicherkoeffizienten des Aquifers	21
	4.2	Kor	nbination von geogenen und radioaktiven Tracern in der Mixing-Cell-	
	Mod	lellieru	ng	23
	4.	.2.1	Aufstellen der neuen Gleichungen	23
	4.	.2.2	Lösungsweg für die inverse Modellierung	25
	4.3	Tes	trechnung für die erweiterte Gleichung	
5	U	ntersuc	hungsgebiet	29
	5.1	Lag	e	29
	5.2	Phy	siographie des Kuiseb	29
	5.3	Kliı	na	30

	5.4 A	bfluss im Kuiseb	31
	5.5	eologie	31
	5.5.1	Geologie des Dünengebietes südlich des Kuiseb	31
	5.5.2	Der alluviale Aquifer des Unteren Kuiseb	32
	5.5.3	Geologie der Schotterebene nördlich des Unteren Kuiseb	32
	5.6 V	egetation	32
	5.7 D	atengrundlage	33
6	Cluste	ranalyse und Konzeption des Grundwassersystems	34
	6.1 C	lusteranalyse	34
	6.2 K	onzeption des Grundwassersystems	37
	6.3 B	eurteilung des Verdunstungseffekts durch Pflanzen im Alluvium	38
7	Model	lierung des Grundwassersystems im Kuiseb-Dünengebiet	39
	7.1 II	werse Mixing-Cell-Modellierung einzelner Zellen mit geogenen Tracern	39
	7.1.1	Modellierung der Zelle 1	39
	7.1.2	Modellierung der Zelle 2	41
	7.1.3	Modellierung der Zelle 3	43
	7.1.4	Modellierung der Zelle 4	45
	7.1.5	Modellierung der Zelle 5	47
	7.1.6	Modellierung der Zelle 6	48
	7.1.7	Modellierung der Zelle 7	50
	7.1.8	Modellierung der Zelle 8	50
	7.1.9	Modellierung der Zelle 9	52
	7.1.10	Modellierung der Zelle 10	53
	7.2 N	fixing-Cell-Modellierung mit ¹⁴ Kohlenstoff (¹⁴ C)	54
	7.2.1	Ermittlung eines ¹⁴ C-Gehaltes für die ungemessenen Sources	54
	7.2.2	Vorwärtsmodellierung des Grundwassersystems mit ¹⁴ C	55
	7.3 II	nterpretation der Ergebnisse aus beiden Modellierungen	64
	7.3.1	Zelle 1	64
	7.3.2	Zelle 2	64
	7.3.3	Zelle 3	65
	7.3.4	Zelle 4	66
	7.3.5	Zelle 5	66
	7.3.6	Zelle 6	67
	7.3.7	Zelle 7	68

	7.	3.8	Zelle 8	69
	7.	3.9	Zelle 9	69
	7.	3.10	Zelle 10	70
	7.	3.11	Überblick	71
	7.4	I	nverse Mixing-Cell-Modellierung mehrerer Zellen	71
	7.	4.1	Modellierung des Systems der Zellen 1, 2 und 3	72
	7.	4.2	Modellierung des Systems der Zellen 4, 5 und 6	73
	7.	4.3	Modellierung des Systems der Zellen 4 und 9	76
	7.	4.4	Modellierung des Zellsystems der Zelle 1, 2, 3, 4, 8 und 10	76
	7.	4.5	Zusammenfassung der Mehrzellenmodellierung	77
	7.5	E	Berechung des Flutwasseranteils	77
	7.	5.1	Direkter Flutwasseranteil	78
	7.	5.2	Gesamter Flutwasseranteil	78
8	Se	ensit	ivitätsanalyse	80
	8.1	S	ensitivitätsanalyse in Zelle 2	80
	8.2	S	ensitivitätsanalyse in Zelle 4	83
9	D	isku	ssion und Schlussfolgerungen	86
	9.1	N	Iodellanwendung auf das Dünengebiet des Unteren Kuiseb	86
	9.2	Γ	Diskussion des Einbaus von Zerfallstracern in die Mixing-Cell-Modellierung	88
	9.3	N	Iixing-Cell-Modelle im Allgemeinen	90
	9.4	A	usblick	90
1()	Lite	eraturliste	92
11	[Anł	nang	99

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Hypothetischer in Zellen unterteilter Testaquifer (verändert aus Adar et al.	
1988)	27
Abbildung 2: Niederschlags- und Höhenverteilung im Kuisebeinzugsgebiet, Namibia	30
Abbildung 3: Clusteranalyse nach Ward mit Cl, Na, K	35
Abbildung 4: Clusteranalyse nach Ward mit K, Cl und ¹⁴ C	36
Abbildung 5: Clusteranalyse nach Ward mit K, Cl, SO ₄ und ¹⁴ C	36
Abbildung 6: Räumliche Lage der Brunnen im Untersuchungsgebiet und ihre Einteilung	in
Zellen. Karte nach BGR 1995 (verändert)	37
Abbildung 7: Modellvarianten der Zelle 1	41
Abbildung 8: Modellvarianten der Zelle 2	42
Abbildung 9: Vergleich der chemischen Konzentrationen der Brunnen aus Zelle 3	43
Abbildung 10: Modellvarianten der Zelle 3	44
Abbildung 11: Vergleich der Brunnen in Zelle 4 mit einem Schoellerdiagramm	45
Abbildung 12: Modellvarianten der Zelle 4	46
Abbildung 13: Modellvarianten der Zelle 5	48
Abbildung 14: Modellvarianten der Zelle 6	49
Abbildung 15: Modellvarianten der Zelle 8	51
Abbildung 16: Modellvarianten der Zelle 9	53
Abbildung 17: Modellvarianten der Zelle 10	54
Abbildung 18: Mittlere Verweilzeit in Zelle 2 in Abhängigkeit vom Wasserbilanzfehler.	56
Abbildung 19: Mittlere Verweilzeit in Zelle 3 in Abhängigkeit vom Fehler in der	
Wasserbilanz	58
Abbildung 20: Mittlere Verweilzeit in Zelle 5 in Abhängigkeit vom Fehler in der	
Wasserbilanz	59
Abbildung 21: Mittlere Verweilzeit in Zelle 9 in Abhängigkeit vom Fehler in der	
Wasserbilanz	62
Abbildung 22: Mittlere Verweilzeit in Zelle 10 in Abhängigkeit vom Fehler in der	
Wasserbilanz	64
Abbildung 23: Mögliche Zuflussvarianten in Zelle 3 nach Auswertung der Modellierung	65
Abbildung 24: Mögliche Zuflussvarianten in Zelle 5 nach Auswertung der Modellierung	
	67

Abbildung 25: Mögliche Zuflussvarianten in Zelle 6 nach Auswertung der Modellierung 68
Abbildung 26: Mögliche Zuflussvarianten in Zelle 9 nach Auswertung der Modellierung 69
Abbildung 27: Mögliche Zuflussvarianten in Zelle 10 nach Auswertung der Modellierung
Abbildung 28: Darstellung der verschiedenen Zuflussmöglichkeiten in die verschiedenen
Zellen im Dünengebiet des Unteren Kuiseb71
Abbildung 29: Gesamter Flutwasseranteil der Zellen des Grundwassersystems im
Dünengebiet des Unteren Kuiseb. Angabe des Mittelwertes, des Minimums und des
Maximums für die Zelle des unteren und des oberen Aquifers
Abbildung 30: Flutwasseranteil in Zelle 2 bei Abweichung der Konzentrationen von
Natrium, Kalium und Chlorid im Flutwasser von bis zu $\pm 10\%$ vom Messwert 81
Abbildung 31: Flutwasseranteil in Zelle 2 bei Abweichung der Konzentrationen von
Natrium, Kalium und Chlorid im Grundwasser von bis zu $\pm 10\%$ vom Messwert 81
Abbildung 32: Flutwasseranteil in Zelle 2 bei Abweichung der Konzentrationen von
Natrium, Kalium und Chlorid im Flutwasser von bis zu $\pm 50\%$ vom Messwert 82
Abbildung 33: Flutwasseranteil in Zelle 2 bei Abweichung der Konzentrationen von
Natrium, Kalium und Chlorid im Grundwasser von bis zu $\pm 50\%$ vom Messwert 83
Abbildung 34: Flutwasseranteil in Abhängigkeit der Abweichung der Chloridkonzentration
vom Messwert im Flutwasser und Swartbank-Grundwasser
Abbildung 35: Flutwasseranteil in Abhängigkeit der Abweichung der Chloridkonzentration
vom Messwert bis ±50% im Flutwasser und Swartbank-Grundwasser
Abbildung 36: Übersicht über die Vorgehensweise bei der Koppelung eines
Mischungszellenmodells, das invers gelöst wird, und einem Mischungszellenmodell,
welches mit Zerfallstracern arbeitet

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Koordinaten von Gobabeb und Rooibank	29
Tabelle 2: Ergebnisse der ¹⁴ C Modellierung der Zelle 2	57
Tabelle 3: Ergebnisse der ¹⁴ C Modellierung der Zelle 3 5	57
Tabelle 4: Ergebnisse der ¹⁴ C-Modellierung der Zelle 4 5	58
Tabelle 5: Ergebnisse der ¹⁴ C-Modellierung der Zelle 5 6	50
Tabelle 6: Ergebnisse der ¹⁴ C-Modellierung der Zelle 6 6	50
Tabelle 7: Ergebnisse der ¹⁴ C-Modellierung der Zelle 7 6	51
Tabelle 8: Ergebnisse der ¹⁴ C Modellierung der Zelle 9	52
Tabelle 9: Ergebnisse der ¹⁴ C-Modellierung der Zelle 10 6	53
Tabelle 10: Ergebnisse der Variante A aus der Modellierung der Zellen 1, 2 und 3	12
Tabelle 11: Ergebnisse der Variante E der Modellierung der Zellen 1, 2 und 3 7	13
Tabelle 12: Ergebnisse der Variante A der Modellierung des Zellsystems der Zellen 4, 5	
und 6	14
Tabelle 13: Ergebnisse der Variante B der Modellierung des Zellsystems der Zellen 4, 5	
und 67	14
Tabelle 14: Ergebnisse der Variante C der Modellierung des Zellsystems der Zellen 4, 5	
und 67	14
Tabelle 15: Ergebnisse der Variante D der Modellierung des Zellsystems der Zellen 4, 5	
und 67	14
Tabelle 16: Ergebnisse der Variante E der Modellierung des Zellsystems der Zellen 4, 5	
und 67	74
Tabelle 17: Ergebnisse der Variante F der Modellierung des Zellsystems der Zellen 4, 5	
und 67	15
Tabelle 18: Ergebnisse der Variante G der Modellierung des Zellsystems der Zellen 4, 5	
und 67	75
Tabelle 19: Ergebnisse der Variante H der Modellierung des Zellsystems der Zellen 4, 5	
und 67	75
Tabelle 20: Ergebnisse der Variante I der Modellierung des Zellsystems der Zellen 4, 5	
und 67	15
Tabelle 21: Ergebnisse Modellierung des Systems der Zellen 4 und 9	76
Tabelle 22: Direkter Flutwasseranteil der verschiedenen Zellen	78

Tabelle 23: Gesamter Flutwasseranteil der verschiedenen Zellen
Tabelle 24: Konzentrationen der Sources der Zelle 2 und der Konzentrationen in Zelle 2 in
mg/l
Tabelle 25: Chloridkonzentrationen der Sources der Zelle 4 und in Zelle 4 in mg/l
Tabelle 26: Chemische Analyse eines Abflussereignisses des Kuiseb bei Gobabeb im Jahr
2004. Kursive Werte wurden nicht zur Berechnung des Mittelwertes verwendet aus
Schmitz (2004)
Tabelle 27: Chemische Analyse eines weiteren Abflussereignisses des Kuiseb bei Gobabeb
im Jahr 2004. Kursive Werte wurden nicht zur Berechnung des Mittelwertes
verwendet aus Schmitz (2004)
Tabelle 28: Chemische Analyse des Grundwassers bei Swartbank im Jahr 2004. Der
Mittelwert bildet die Source: Grundwasser-Swarbank. Daten aus Schmitz (2004) 99
Tabelle 29: Daten der Source des sehr salzigen Grundwassers. Lage: 23°11. 221 S; 14°39.
220 E. Aus Schmitz 2004
Tabelle 30: Chemische Analyse des Grundwassers bei Gobabeb im Jahr 2004. Der
Mittelwert bildet die Source: Grundwasser-Gobabeb. Daten aus Schmitz (2004) 100
Tabelle 31: Brunnen im Untersuchungsgebiet, hydrochemische Daten, ¹⁴ C-
Konzentrationen, Höhe über n.N. (Alt), Grundwasseroberfläche (Head), Rest Water
Level (RWL), Mächtigkeit der wasserführenden Schicht und das Jahre der 14 C-
Probeentnahme. Hauptionen und TDS in mg/l (Zusammengefasst durch Plöthner
1995)
Tabelle 32: Übersicht der Clusteranalyse des ersten Datenset. In der Kopfzeile stehen die
zur Clusteranalyse verwendeten Stoffe. Die Zahlen stehen für das Cluster in welches
dir Brunnen zugeordnet wurden
Tabelle 33: Daten aus Adar et al. (1988). Daten wurden zur Testrechnung in Abschnitt 4.3
verwendet. Die Leitfähigkeit wird inµMHO/cm angegeben, Konzentrationen in meq/l,
18 O und Deuterium in ‰, das Zellvollumen ist einheitslos und 14 C wird in pMC
angegeben
Tabelle 34: Wasserflüsse der Sources und zwischen den Zellen aus Abschnitt 4.3, Seite 26.
Flüsse sind einheitslos
Tabelle 35: Ergebnisse der inversen Modellierung für Zelle 1. In der Kopfzeile stehen
Zuflüsse und Fehler der Wasserbilanz. "n.z." ist ein nicht zugelassener Zufluss 103
Tabelle 36: Ergebnisse der inversen Modellierung für Zelle 2. In der Kopfzeile stehen
Zuflüsse und Fehler der Wasserbilanz. "n.z." ist ein nicht zugelassener Zufluss 103

Tabelle 37: Ergebnisse der inversen Modellierung für Zelle 3. In der Kopfzeile stehen
Zuflüsse und Fehler der Wasserbilanz. "n.z." ist ein nicht zugelassener Zufluss 103
Tabelle 38: Ergebnisse der inversen Modellierung für Zelle 4. In der Kopfzeile stehen
Zuflüsse und Fehler der Wasserbilanz. "n.z." ist ein nicht zugelassener Zufluss 104
Tabelle 39: Ergebnisse der inversen Modellierung für Zelle 5. In der Kopfzeile stehen
Zuflüsse und Fehler der Wasserbilanz. "n.z." ist ein nicht zugelassener Zufluss 104
Tabelle 40: Ergebnisse der inversen Modellierung für Zelle 6. In der Kopfzeile stehen
Zuflüsse und Fehler der Wasserbilanz. "n.z." ist ein nicht zugelassener Zufluss 105
Tabelle 41: Ergebnisse der inversen Modellierung für Zelle 7 in Kombination mit Zelle 3.
In der Kopfzeile stehen Zuflüsse und Fehler der Wasserbilanz. "n.z." ist ein nicht
zugelassener Zufluss
Tabelle 42: Ergebnisse der inversen Modellierung für Zelle 8. In der Kopfzeile stehen
Zuflüsse und Fehler der Wasserbilanz. "n.z." ist ein nicht zugelassener Zufluss 105
Tabelle 43: Ergebnisse der inversen Modellierung für Zelle 9. In der Kopfzeile stehen
Zuflüsse und Fehler der Wasserbilanz. "n.z." ist ein nicht zugelassener Zufluss 106
Tabelle 44: Ergebnisse der inversen Modellierung für Zelle 10. In der Kopfzeile stehen
Zuflüsse und Fehler der Wasserbilanz. "n.z." ist ein nicht zugelassener Zufluss 106
Tabelle 45: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante A. Fehler
in der Wasserbilanz ist 5,3%. Fehler der Massenbilanzen -14,9%, -19,4% und 19,2%
(K, Na, Cl)
Tabelle 46: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante B. Fehler
in der Wasserbilanz ist 8,0%. Fehler der Massenbilanzen -17,8%, -14,2% und 16,2%
(K, Na, Cl)
Tabelle 47: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante C. Fehler
in der Wasserbilanz ist 6,9%. Fehler der Massenbilanzen -15,6%, -21,1% und 16,5%
(K, Na, Cl)
Tabelle 48: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante C. Fehler
in der Wasserbilanz ist 9,6%. Fehler der Massenbilanzen -18,9%, -14,0% und 13,9%
(K, Na, Cl)
Tabelle 49: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante E. Fehler
in der Wasserbilanz ist 6,5%. Fehler der Massenbilanzen -14,8%, -19,6% und 18,8%
(K, Na, Cl)

Tabelle 50: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante F. Fehler
in der Wasserbilanz ist 8,6%. Fehler der Massenbilanzen -17,5%, -14,8% und 16,1%
(K, Na, Cl)
Tabelle 51: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante G. Fehler
in der Wasserbilanz ist 5,3%. Fehler der Massenbilanzen -14,9%, -19,4% und 19,2%
(K, Na, Cl)
Tabelle 52: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante H. Fehler
in der Wasserbilanz ist 8,0%. Fehler der Massenbilanzen -17,8%, -14,2% und 16,2%
(K, Na, Cl)
Tabelle 53: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante I. Fehler in
der Wasserbilanz ist 7,3%. Fehler der Massenbilanzen -15,1%, -19,5% und 16,2% (K,
Na, Cl)
Tabelle 54: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante J. Fehler in
der Wasserbilanz ist 9,6%. Fehler der Massenbilanzen -18,3%, -13,6% und 13,9% (K,
Na, Cl)
Tabelle 55: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante K. Fehler
in der Wasserbilanz ist 6,7%. Fehler der Massenbilanzen -14,7%, -19,1% und 18,4%
(K, Na, Cl)
Tabelle 56: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante L. Fehler
in der Wasserbilanz ist 8,7%. Fehler der Massenbilanzen -17,3%, -14,5% und 15,9%
(K, Na, Cl)
Tabelle 57: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante O. Fehler
in der Wasserbilanz ist 9,4%. Fehler der Massenbilanzen -18,9%, -25,6% und 17,2%
(K, Na, Cl)
Tabelle 58: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante P. Fehler
in der Wasserbilanz ist 11,2%. Fehler der Massenbilanzen -21,0%, -16,0% und 14,0%
(K, Na, Cl)
Tabelle 59: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante Q. Fehler
in der Wasserbilanz ist 7,2%. Fehler der Massenbilanzen -15,7%, -20,9% und 19,1%
(K, Na, Cl)
Tabelle 60: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante U. Fehler
in der Wasserbilanz ist 7,3%. Fehler der Massenbilanzen -15,1%, -19,5% und 16,2%
(K, Na, Cl)

Tabelle 61: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante V. Fehler
in der Wasserbilanz ist 9,6%. Fehler der Massenbilanzen -18,3%, -13,6% und 13,9%
(K, Na, Cl)
Tabelle 62: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante W. Fehler
in der Wasserbilanz ist 6,7%. Fehler der Massenbilanzen -14,7%, -19,1% und 18,4%
(K, Na, Cl)
Tabelle 63: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante X. Fehler
in der Wasserbilanz ist 8,7%. Fehler der Massenbilanzen -17,3%, -14,5% und 15,9%
(K, Na, Cl)
Tabelle 64: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante Y. Fehler
in der Wasserbilanz ist 9,4%. Fehler der Massenbilanzen -18,9%, -25,6% und 17,2%
(K, Na, Cl)
Tabelle 65: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante Z. Fehler
in der Wasserbilanz ist 11,2%. Fehler der Massenbilanzen -21,0%, -16,0% und 14,0%
(K, Na, Cl)
Tabelle 66: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante AA. Fehler
in der Wasserbilanz ist 7,2%. Fehler der Massenbilanzen -15,7%, -20,9% und 19,1%
(K, Na, Cl)
Tabelle 67: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante AB. Fehler
in der Wasserbilanz ist 9,1%. Fehler der Massenbilanzen -18,1%, -15,5% und 16,3%
(K, Na, Cl)

Extended Summary

The Mixing Cell Approach was used to model groundwater systems of different regions like the Tucson Basin in Arizona, USA, and the Arava Rift Valley in Israel, the Faro-Region, Portugal and the Fernley-Basin in Nevada, USA. The Mixing Cell Approach was developed by Simpson and Duckstein (1976) and has since been extended and modified by several authors (i.e. Campana and Simpson 1984, Adar et al. 1988, Adar and Sorek 1989 and 1990). Several different tracers were used in the specific model applications.

This study summarizes the state-of-the-art of Mixing Cell Modelling in hydrological science and presents further development and applications of this approach. Additionally, a method was developed to use chemical solutes and stable environmental isotopes together with radioactive tracers. The mass balance equations of these tracers were extended through application of the decay law to include decay and decomposition by assuming decomposition follows an e-function. This assumption resulted in two new model parameters in the decay constant λ and the water mean resident time in each cell. This extended approach was tested with existing data from Adar et al. (1988).

The extended Mixing Cell Approach was used to model the groundwater system of the Kuiseb Dune Area, Namibia. There are 13 wells qualified due to there data availability to be used in the mixing cell model of the area. The decision was made due to the availability of ¹⁴C and hydrochemical data.

The Kuiseb is a 560 km long ephemeral river in Namibia, originating in the Khomashochland west of Windhoek, and crossing the Namib Desert from west to east. Transmission-Losses from the riverbed during flood events are an important source of groundwater recharge to the underlying system. At Gobabeb, which is approximately the eastern border of the study area, annual precipitation amount is about 25 mm, and this value declines consistently to 14 mm at the coast. Annual variability of precipitation is very high as is typically reported in arid regions. The study area is underlain by the tertiary Tsondab Sandstone Formation. Paleochannels up to 90 m deep and 5 km wide are cut into the sandstone, and are filled by more recent alluvial sediments.

Cluster analysis was performed, which resulted in separation of the wells into two different groups, a shallow and deeper groundwater tier in the system. Then these groups were separated based on differences in hydrochemistry, especially in Mg, Cl and Si, and the well location within the aquifer. In most cases, a cell was represented by only one well. Are there more than one well in a cell, the accuracy of that was tested by calculating the different water fractions with a mixing cell model for each of the wells. The results for each well were compared. Wells were classified as a cell-system, which was then used in the model. Additionally, chemistry of the Kuiseb-Floodwater and that of water north of the study area were used as sources for the cell-system, because these waters are potential inflows to each cell.

Inverse modelling of each cell is carried out based on the MIG – Mixing Cell Input Generator (Adar and Külls 2002), a programme developed for mixing cell modelling. In this approach, both the tracers and the potential sources were varied to approximate a realistic solution for each cell. This was carried out for all ten cells of the groundwater-system, and resulted in varying possible proportions of the different waters in each cell. There was one cell (No. 7) that had no solution so it was combined with cell No. 3.

To reduce the number of possible solutions, the error of the water balance and the mass balance of the different tracers was considered. Additionally, the mixing cell modelling was carried out based on ¹⁴C values. However, ¹⁴C values in the different source waters were not known, and were therefore estimated. For the Kuiseb Floodwater a ¹⁴C-value of 100 pMC was used, similar to the present atmospheric concentration, and a range of values were estimated for the other sources based on hydrogeological considerations. Modelling of ¹⁴C values was based on different likely alternatives determined through the inverse modelling. The modelled ¹⁴C-values were fit to the measured ¹⁴C-values by varying the mean residence time in each cell. If the estimated mean residence time was an impossible negative value, this alternative was not applied to the cell, reducing the number of alternatives for each cell. Modelling with ¹⁴C data proved to be a useful tool for reducing the number of possible solutions.

A set of connected cells were modelled by following the assumed flow-lines of the system, determined with the mixing cell model for the singular cells. This shows that the groundwater-system is difficult to model, due to its divergent character. The discharge out of the groundwater system was estimated (Schmitt 1998), but the distribution of this discharge out of the different end-cells of the system cannot be determined using the approach in this study. An end-cell represents the last cell of the system, where the discharge out of the system takes place. Thus, water storage in each cell could not be estimated.

The floodwater-fraction of every cell was calculated, the fraction within each cell varies only in a small range. Only alternatives were used, which are likely after the ¹⁴C-modelling. The fraction of floodwater in the upper tier of the aquifer was estimated to be about 80 to 90% or more and these values for the lower aquifer were 50 to 80%. These findings have not been previous reported, and lead to the conclusion that in addition to groundwater recharge from Transmission-Losses, groundwater recharge is likely occurring by inflow from the northern areas in the groundwater system below the Kuiseb Dune Area.

A sensitivity analysis indicated that the ratio between the chemical composition of the inflow-water and the cell-water was the most sensitive parameter in the model. Possible large errors in the chemical analyses did not result in a significant change in the modelled results. Errors due to imprecision in ¹⁴C-values could result in a change in the mean residence time in a cell of several hundred years.

A procedure for using ¹⁴C as an additional tracer in mixing cell models is recommended. This recommendation is based on a two-step model: (1) inverse modelling with hydrochemical and isotope tracers should be completed first, and (2) forward modelling with ¹⁴C values based on the results of the inverse modelling step.

As a final step, different types of mixing cell models were defined, most notably the distinctions between convergent and divergent systems and linear and dendritic systems.

Keywords: Mixing-Cell-Model, ¹⁴C, groundwater age, Kuiseb River, Namibia, hydrochemical modelling, groundwater of arid regions.

Zusammenfassung - Deutsch

Mixing-Cell-Modelle wurden auf Grundwassersysteme verschiedenster Gebiete angewandt wie z.B. auf das Tucson Becken in Arizona, USA, auf das Arava-Grabental in Israel, die Region rund um Faro in Portugal und das Fernley Becken in Nevada, USA. Die theoretische Grundlage stammt von Simpson und Duckstein (1976) und wurde durch mehrere Autoren erweitert und modifiziert (u.a. Campana und Simpson 1984, Adar et al. 1988, Adar und Sorek 1989 und 1990). Auch wurden verschiedene Tracer in den einzelnen Modellanwendungen verwendet.

In dieser Studie wurde der bisherige Forschungsstand zu Mischungszellenmodellen in der Hydrologie zusammengefasst und ihre Entwicklung und verschiedenen Anwendungen gezeigt. Zusätzlich wurde eine Möglichkeit erarbeitet um gelöste Ionen und Isotope mit radioaktiven Tracern zu kombinieren. Dazu wurde die als Grundlage dienende Theorie aufgearbeitet. Der Einbau von radioaktiven Tracern in der bereits bestehenden Theorie fandet über eine Erweiterung der Massenbilanzgleichung der Tracer um Zerfall beziehungsweise Abbau statt, indem das Zerfallsgesetz radioaktiver Stoffe eingebaut worden ist, welches auch bedingt auf Abbauprozesse übertragbar ist. Dies führt dazu, dass die Zerfalls/Abbaukonstante λ und die mittlere Verweilzeit der Zellen als neue Parameter in das Modell aufgenommen werden, wobei λ , zumindest für den radioaktiven Zerfall, bekannt sein sollte. Der neue theoretische Ansatz wurde an bereits vorhandenen Daten (Adar et al. 1988) auf seine Plausibilität überprüft.

Die erarbeitete Theorie wurde auf das Grundwassersystem des Dünengebietes am Unteren Kuiseb in Namibia angewandt. 13 Brunnen eigneten sich aufgrund ihrer Datenlage für die Mixing-Cell-Modellierung, hier waren die Verfügbarkeit von ¹⁴C-Daten und die Anzahl gemessener Wasserinhaltsstoffe die ausschlaggebenden Kriterien.

Der Kuiseb ist ein ephemerer Fluss mit einer Länge von 560 km. Er entspringt im Kohmashochland westlich von Windhoek und durchquert die Wüste Namib von Ost nach West. Die Transmission Losses aus dem Gerinnebett leisten einen wichtigen Beitrag zur Grundwasserneubildung in diesem Gebiet. In Gobabeb, welches ungefähr die östliche Grenze des Untersuchungsgebiets darstellt, liegt der Niederschlag bei 25 mm pro Jahr, während er zur Küste hin auf 14 mm pro Jahr abnimmt. Die Geologie des Untersuchungsgebietes besteht aus tertiärem Tsondab-Sandstein, welcher von fossilen Flusstälern durchsetzt ist, die bis zu 90 m tief und 5 km breit sind und mit jüngeren alluvialen Sedimenten gefüllt sind.

Mehrere verschiedene Clusteranalyse nach Ward wurden durchgeführt. Diese teilten die Brunnen in zwei verschiedene Gruppen, welche aufgrund zusätzlicher hydrochemischer Betrachtungen (Schöllerdiagramme) und der räumlichen Lage in mehrere Zellen unterteilt worden sind. Diese beiden Gruppen können als oberer und unterer Grundwasserleiter angesehen werden. Die Zellen werden in den meisten Fällen durch einen Brunnen dargestellt, sind mehrere Brunnen zu einer Zelle zusammengefasst wurde dies über eine Mischungszellenrechnung für jeden einzelnen Brunnen überprüft. Die für jeden Brunnen erhaltenen Resultate wurden untereinander verglichen. Durch die Einteilung der Brunnen entstand ein Zellsystem welches modelliert werden konnte. Zusätzlich wurden aus weiteren Daten (Schmitz 2004) die Hydrochemie des Flutwassers im Kuiseb und der verschiedenen Wässer im nördlich des Kuiseb gelegenen Gebiet bestimmt. Diese Wässer dienten als Sources für das Grundwassersystem und stellten potentielle Zuflüsse in die einzelnen Zellen dar.

Mit Hilfe des MIG – Mixing Cell Input Generator (Adar und Külls 2002), einem Computerprogramm, das extra für die Mischungszellenmodellierung entwickelt wurde, konnten die einzelnen Zellen invers modelliert werden. Dafür wurden sowohl die verschiedenen verwendeten Tracer also auch die möglichen Zuflüsse variiert. Damit war es möglich sich einer realistischen Lösung für jede Zelle anzunähern. Dies wurde für alle zehn Zellen des Grundwassersystems durchgeführt. Für jede Zelle ergab die Modellierung verschiedene Möglichkeiten aus welchen Anteilen welcher Wässer sich die Zellen zusammensetzen konnten, nur für Zellen 7 konnte keine Lösung ermittelt werden. Durch eine Kombination mit Zelle 3 kann auch Zelle 7 modelliert werden.

Um die Anzahl der verschiedenen Lösungsmöglichkeiten zu verringern, wurde neben der Fehlerbetrachtung eine Mischungszellenmodellierung mit ¹⁴C durchgeführt. Dazu mussten die nicht gemessenen ¹⁴C-Konzentrationen der einzelnen Sources geschätzt werden. Dem Flutwasser wurde eine Konzentration von 100 pMC zugeordnet, für die anderen Wässer wurde ein Konzentrationsbereich anhand hydrogeologischer Überlegungen bestimmt. Die Modellierung wurde für jede, aus der inversen Modellierung ermittelte Variante, über eine Anpassung der mittleren Verweilzeit der einzelnen Zellen durchgeführt. Da einige der Varianten negative oder andere nicht plausible mittlere Verweilzeiten lieferten, konnte die Anzahl möglicher Zellzusammensetzungen reduziert werden. Somit ist die um Zerfallstracer erweiterte Methodik ein nützliches Werkzeug um die Genauigkeit von Mixing-Cell-Modellen zu verbessern.

Mit den gewonnenen Daten konnte mehrere Zellen zusammen modelliert werde, dazu wurden die einzelnen Fließstränge verwendet. Hierbei zeigte sich, dass das Untersuchungsgebiet aufgrund seines divergenten Zellsystems schwer zu modellieren ist. Die Abflussmengen aus dem System sind zwar schätzungsweise bekannt (Schmitt 1998), aber ihre Aufteilung auf die verschiedenen Endzellen des Systems nicht möglich. Somit konnte auch keine Abschätzung des gespeicherten Wasservolumens in den Zellen durchgeführt werden.

Für jede einzelne Zelle wurden die Anteile an Flutwassers aus dem Kuiseb berechnet, dieser Anteil liegt innerhalb der einzelnen Zellen, trotz der verschiedenen Varianten, in einem Bereich geringer Spannweite. Für den oberen Aquifer wurden Werte im Bereich von 80% und 90% ermittelt, für den unteren Aquifer Werte zwischen 50% und 80%. Diese Daten waren noch aus keiner vorhandenen Studie bekannt und lassen den Schluss zu, dass zusätzlich zur Grundwasserneubildung über Transmission Losses auch noch eine Neubildung über einen Grundwasserzustrom aus den nördlich gelegenen Gebieten stattfindet.

Die Sensitivitätsanalyse zeigte, dass das Verhältnis der chemischen Konzentrationen von Zufluss und Zelle einen starken Einfluss auf die Modellsensitivität hat. Alles in allem kommt es bei dem Mixing-Cell-Modell aber auch bei größeren Messfehlern nicht zu gravierenden Änderungen im Modellergebnis. Die aus einem ungenauen ¹⁴C-Wert entstehenden Fehlern lassen sich durch die Angabe eines Schwankungsbereich für die Konzentration im Zufluss abschätzen, hier kann die mittlere Verweilzeit einer Zelle um mehrere hundert Jahre variieren.

Am Ende der Arbeit wird ein Vorgehen bei der zusätzlichen Verwendung von ¹⁴C in der Mixing-Cell-Modellierung empfohlen. Der Vorschlag beruht auf einem zweistufigen Modell. Bei dem zuerst die inverse Modellierung und dann eine Vorwärtsmodellierung der ¹⁴C-Konzentrationen durchgeführt werden soll. Zuletzt werden verschiedene Typen von Mischungszellenmodellen definiert, vor allem wird eine Unterscheidung zwischen konvergenten und divergenten Systemen als auch linearen und dendritischen Systemen getroffen.

Schlüsselbegriffe: Mischungszellenmodellierung, ¹⁴C, Grundwasserdatierung, Kuiseb, Namibia, hydrochemische Modellierung, Grundwasser arider Gebiete.

1 Einführung

Mischungszellenmodelle, für die auch die Begriffe Mixing-Cell-Modelle oder Multi-Compartment-Modelle verwendet werden, wurden unter mehreren Aspekten in der Hydrologie verwendet und unterscheiden sich deutlich vom klassischen deterministischen hydrologischen Modell. Sie basieren hauptsächlich auf Konzentrationen gemessener Wasserinhaltsstoffe an verschiedenen Orten eines betrachteten Systems. Einer der großen Vorteile von Mischungszellenmodellen ist die Möglichkeit ihrer Anwendung in Gebieten mit geringer Datenverfügbarkeit (Adar 1996). Im Laufe der Jahre wurden ihre Anwendungsbereiche vergrößert und die Methodik verbessert. So wurden sie unter ¹⁴Kohlenstoff Verwendung von zur Betrachtung und Modellierung von 1975), Grundwassersystemen eingesetzt (u.a. Campana zur Bestimmung von Grundwasserneubildung Speicherkoeffizienten Verweilzeiten, und in Grundwassersystemen (Campana und Simpson 1984 und Campana und Mahin 1985) und Yurtsever (1999) verwendete ein Mischungszellenmodell und Tritium um die Anteile von Grund- und Oberflächenwasser samt ihrer Verweilzeiten im Donauwasser in Wien zu berechnen.

Auch wurde von Adar begonnen über die Lösung des Inversproblems, unter Verwendung geogener Tracer, Grundwasserflüsse in einem in Zellen eingeteilten Grundwassersystem und die Menge der Grundwasserneubildung zu bestimmen (u.a. Adar und Sorek 1989 und 1990). Gleichzeitig mit der Erweiterung der Anwendungen wurden auch neue mathematische Vorgehensweisen zur Lösung dieser Modelle entwickelt (Woolhiser et al. 1979 und 1982, Adar et al. 1988 und Gieske und De Vries 1990).

In den letzten Jahren wurde damit begonnen Mixing-Cell-Modelle mit anderen Grundwassermodellen wie MODFLOW zu kombinieren, dies wurde unter verschiedenen Gesichtspunkten von Harrington et al. (1999) und Dahan et al. (2004) durchgeführt.

Meist wurden in den Mixing-Cell-Modellen radioaktive oder geogene Tracer verwendet. Der logische nächste Schritt ist nun die Kombination von Grundwasseraltersdaten mit geogenen Tracern im selben Mixing-Cell-Modell. Das Ziel dieser Arbeit ist es die Möglichkeit der Kombination von Grundwasseraltersdaten und geogene Tracer in einem Mixing-Cell-Modell zu untersuchen, dies theoretisch umzusetzen und auf ein dafür geeignetes Grundwassersystem anzuwenden. Diese Studie beschränkte sich auf die Verwendung radioaktiver Zerfallstracer oder Tracern, die einen der Zerfallskonstante ähnlichen Abbaukoeffizienten haben. Hierzu wurde das Dünengebiet des Unteren Kuiseb in Namibia ausgewählt, für das neben geologischen und hydrogeologischen Untersuchungen (u.a DWA 1987, BGR 1994 und 1999, Sengpiel und Siemon 1997 und Schmidt und Plöthner 1999) auch die für ein Mischungszellenmodell nötigen Daten vorlagen.

Die Diplomarbeit wurde am Institut für Hydrologie der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg unter der Betreuung von Prof. Dr. Ch. Leibundgut und Dr. Ch. Külls durchgeführt. Für die Bereitstellung des Themas, die Betreuung und Unterstützung möchte ich meinen herzlichen Dank aussprechen.

2 Entwicklung und Forschungsstand der Mixing-Cell-Modelle

Campana und Simpson (1984) verwendeten ein Discrete-state compartment Modell, das auf einem Mixing-Cell-Ansatz beruht, um die Grundwasserverweilzeiten und Grundwasserneubildungsraten für einen Teil des Tucson-Basin-Aquifer zu bestimmen. Der Aquifer ist größtenteils ungespannt und liegt in einem semiariden Gebiet, in dem die Grundwasserneubildung nur über Transmission Losses und Zuflüsse von den umgebenden Bergen stattfindet. Für das Modell wurden der Mixing-Cell-Ansatz nach Simpson und Duckstein (1976) und ein von Campana (1975) entwickeltes Computerprogramm verwendet. Als Tracer zur Modellkalibrierung wurde ¹⁴C benutzt. Das Modell wurde mit 26 Zellen als dreidimensionales Netzwerk konzipiert, nachdem sich ein zweidimensionales Modell als untauglich erwiesen hatte. In jeder Zelle wurde die Tracerkonzentration als konstant angenommen und die Zellen wurden in zwei Stockwerke eingeordnet. Stationäre Verhältnisse und der ¹⁴C-Wert wurden als konstant angenommen, denn der dadurch entstehende Fehler ist laut den Autoren im Vergleich zu andern Fehlern bei der ¹⁴C-Datierung vernachlässigbar. Als Zeitschritt für die Berechnungen wurde ein Jahr gewählt. Anpassungsparameter wurden Zellvolumen, Fließverteilung und jährliche Als Grundwasserneubildung verwendet, damit wurde das beobachtete ¹⁴C-Alter an das aus dem Zerfall berechnete angepasst, da kein reiner Piston-Flow vorliegt, ist durch Mischungsvorgänge die mittlere Grundwasserverweilzeit jeder Zelle immer größer als das aus dem Zerfall berechnete Wasseralter. Durch diese Methode konnte sehr gut mit wenigen bekannten Daten ein gutes Verständnis über den regionalen Aquifer gewonnen werden. Als Einschränkung bei Modellen, die mit ¹⁴C kalibriert wurden, ist der lange Zeitraum zu sehen, bis ein solches Modell stationäre Verhältnisse für die Tracerkonzentrationen erreicht, was dazu führt, dass konstante hydrologische Verhältnisse über einen langen Zeitraum (50.000 a) angenommen werden müssen (kurze Variationen mitteln sich heraus).

Umweltisotope sind ein hervorragendes Mittel für vielfältige hydrologische Untersuchungen. Die natürlich vorkommenden Isotope von Sauerstoff und Wasserstoff (O-18, Deuterium und Tritium) sind als Bestandteil des Wassers ideal für solche Untersuchungen geeignet.

Yurtsever und Payne stellten 1985 ein Modell vor, in dem sie durch einen Mehr-Komponenten-Mischungs-Modell-Ansatz für zeitvariante Fließbedingungen Isotopendaten eines Grundwasserleiters interpretieren konnten. Der Ansatz wurde auf das großflächige Manavgat-Karstgebiet an der türkischen Mittelmeerküste angewendet, in dem langjährig Tritiumdaten gesammelt wurden. In der regionalen Skale, vor allem in Karstgebieten, ist der Wasser- und Tracertransport zu kompliziert für eine vollständige mathematische Beschreibung der Prozesse. In diesem Modell wird das hydrologische System durch miteinander verbundene Zellen dargestellt, die Berechnung von Wasserfluss und Tracertransport erfolgt in diskreten Zeitschritten auf Grundlage der Massenbilanz. Im Modell von Yurtsever und Payne wird jede Zelle als linearer Einzelspeicher angesehen. Aus den Auslaufkurven des Karstsystems wurde ein Modellgerüst entwickelt, das drei Grundwasserzellen mit verschiedenen Leerlaufkoeffizienten und eine vierte Zelle, das Gewässer, beinhaltet. Den Zellen wurde aber kein geographisches Gebiet zugeteilt. Durch die gemessenen Tritium und Abflusswerte wurden die Leerlaufkoeffizienten und die Wasserflüsse zwischen den Zellen ermittelt, dies ermöglichte einen Einblick in die Dynamik des Karstsystems.

Eine weitere Anwendung des Mixing-Cell-Ansatzes wurde im Edwards-Aquifer, einem Kalksteingebiet, in Texas durchgeführt. Das Gebiet ist ca. 4500 km² groß und wurde auf Grundlage von hydrogeologischen Gegebenheiten der und gemessenen Tritiumkonzentrationen in 34 Zellen eingeteilt. Das Modell für diesen Aquifer wurde von Campana und Mahin (1985) erstellt. Tritium wurde als Tracer zum Kalibrieren und Validieren verwendet. Die Autoren modellierten die Jahre 1953-1971 in Zeitschritten von drei Monaten. Die Kalibrierung wurde mit Trial-and-Error, durchgeführt, das Modell sollte den Abfluss aus Quellen und Brunnen mit der zugehörigen Tritiumkonzentration wiedergeben. Teilweise konnte das Tritium nur unzureichend modelliert werden. Als Gründe hierfür wurden die Länge der Zeitschritte genannt, was zu einer Dämpfung führt, und die von Verwerfungen abhängigen Wasserbewegungen, die das Modell nicht ausreichend wiedergeben konnte. Auch wiesen die Autoren darauf hin, dass das modellierte Grundwasseralter nur eine Näherung ist, da stationäre Bedingungen angenommen wurden, was nicht zutrifft. Neben dem Grundwasseralter konnten die Grundwasserneubildung, die effektive Porosität und die Wasserspeicherung im Aquifer durch die Modellanpassung bestimmt werden. Durch die Studie wurde gezeigt, dass es durch ein Mixing-Cell-Modell möglich ist, einen regionalen Kalksteinaguifer mit geringer Datenverfügbarkeit grob zu verstehen.

Van Ommen (1985) verglich die analytische Lösung des eindimensionalen konvektivendiffusiven Transports mit der Lösung, die sich aus einem Mixing-Cell-Ansatz ergab. Es zeigte sich, dass das Mixing-Cell-Konzept der analytischen Lösung sehr nahe kommt. Des Weiteren wurde die Anwendung auf den reaktiven eindimensionalen Transport untersucht, auch hier ist das Mixing-Cell-Konzept eine gute Näherung an den tatsächlichen Tracerdurchgang. Im zweiten Teil der Veröffentlichung wurde ein Mixing-Cell-Ansatz auf einen Tracerversuch in einem Grundwasserleiter angewendet. Die Mixing-Cells repräsentieren in diesem Fall das Volumen beziehungsweise die Fläche zwischen zwei Isochronen. Auch hier steht als Ergebnis, dass ein Mixing-Cell-Modell eine ausreichend gute Annäherung an die gemessenen Tracerdurchgangskurven bei einer zweidimensionalen Grundwasseranwendung liefert. Van Ommen folgert, dass vor allem die Einfachheit des Ansatzes seine große Attraktivität ausmacht.

Mit die wichtigsten Informationen über ein Grundwasservorkommen sind die Neubildung und der Wasserverlust durch Entnahme und Abfluss. Die Bestimmung der Neubildung bereitet hierbei die größten Schwierigkeiten. Adar et al. (1988) entwickelten eine Methode um mehrere Komponenten der Grundwasserneubildung zu identifizieren und zu quantifizieren. Die Ermittelung der verschiedenen Komponenten, folgt nachdem man sie qualitativ ermittelt, über die Lösung des Inversproblems. In diesem Modell wird ein Aquifer aufgrund von Isotopen und gelösten Salzen in verschiedene Zellen unterteilt. Für jede Zelle wird eine komplette Durchmischung angenommen, dann werden für jede einzelne Zelle Massenbilanzgleichungen für das Wasser, die Isotope und die gelösten Salze aufgestellt. Die Lösung des Gleichungssystems erfolgt durch Quadratic Programming. Für die verschiedenen Tracer gilt, dass sie konservativ sein sollten. Um den Modellansatz zu testen, wurde ein Modelllauf mit synthetischen Daten durchgeführt. Die Autoren folgerten, dass, solange die Daten präzise sind und die Anzahl der Massenbilanzgleichungen die unbekannten der gewählte Lösungsalgorithmus die Anzahl übertrifft, der Fließkomponenten richtig abschätzt. Zusätzlich wurde der Einfluss von analytischen Fehlern auf das Modell getestet. Weiterhin folgern die Autoren, dass die Verwendung von hydrochemischen und umweltisotopischen Daten wichtige Informationen über einen Grundwasserleiter liefern können. Ihr entwickeltes Mixing-Cell-Modell verwendet solche Daten um den Grundwasserzufluss zum Aquifer und das Grundwasserfließen im Aquifer

zu berechnen. Häufig sind chemische Daten und Isotopenwerte leichter zugänglich als Grundwasserstände und Aquiferparameter wie Speicherkoeffizient und Transmissivität. Die Methodik ist besonders vorteilhaft in ariden und semiariden Gebieten, da dort durch die nur phasenweise Grundwasserneubildung diese besonders schwer zu bestimmen ist (Adar et al. 1988).

Das von Adar et al. (1988) entwickelte Modell wendeten Adar und Neuman (1988) im semiariden Aravaipa-Einzugsgebiet in Arizona an. Dort lagen nur wenige hydrologische Informationen vor, aber es wurden 280 Wasserproben von Regen, Quellen, Fließgewässern und Brunnen aus dem gesamten Einzugsgebiet genommen, wovon alle auf die Hauptionen, 120 auf ¹⁸O und Deuterium, 21 auf Tritium und sieben auf ¹⁴C, untersucht wurden. Unter dem ungespannten Aquifer lag ein tieferer gespannter Aquifer. Durch die hydrochemischen Untersuchungen und die Isotopenwerte konnten qualitativ verschiedene Komponenten der Grundwasserneubildung für den betrachteten Aquifer bestimmt werden. Aufgrund der Datenlage konnte nur der obere alluvische Aquifer modelliert werden, und das auch nur in der unteren Talhälfte. Der Aquifer wurde in Mixing-Cells unterteilt, es wurden bis zu 13 gelöste Inhaltsstoffe und die elektrische Leitfähigkeit verwendet. Das Wasser außerhalb des Aquifers unterschied sich deutlich vom Aquiferwasser, die Hydrochemie der Zellen zeigte keine deutlichen Unterschiede. Durch die Lösung der Massenbilanzgleichungen mittels Quadratic Programming konnten schließlich die Zuflüsse samt ihrem Anteil bestimmt werden. Dieses Ergebnis hätte bei der geringen Datenlage mit keiner anderen verfügbaren Methode erreicht werden können. Laut den Autoren ist dieses Modell nur ein erster Schritt in der Entwicklung zu einem ausgeprägteren Modell dieses Typus.

Rosenthal et al. (1990) stellten eine Untersuchungsmethode vor, mit der man die Grundlagen für eine spätere Mixing-Cell-Modellierung erhalten kann. Es handelt sich um eine halb-quantitative Untersuchung über die verschiedenen Wässer, die ihren Beitrag zum Grundwasser des südlichen Arava Rift Valley in Israel leisten. Zusätzlich wird das Fließmuster in den und im Aquifer bestimmt. Es wurde eine Datenbank aus und hydrogeologischen, hydrochemischen umweltisotopischen Analysen zusammengestellt. Diese Daten wurden für eine multivariable Clusteranalyse verwendet (nach Norusis 1985 in Rosenthal et al. 1990). Die Autoren konnten somit verschiedene Endmember feststellen, die als Reservoir für die Grundwasserneubildung im Aravatal dienen. Der alluvische Aquifer im Tal selbst konnte in sechs Zellen, jede mit einer eigenen chemischen und isotopischen Zusammensetzung, unterteilt werden (Rosenthal et al. 1990). Durch die Studie wurde der Nutzen einer multivariablen Clusteranalyse für das grundsätzliche Verständnis eines Grundwassersystems gezeigt. Dieses Verständnis ist wichtig für eine spätere Modellierung mit dem Mixing-Cell-Ansatz und die daraus folgenden Grundwasserbewirtschaftungsmaßnahmen.

Das White River-Fließsystem ist ein 20.000 km² großes karbonatisch-alluvisches Grundwassersystem in Nevada. Es wurde von Kirk und Campana (1990) mit Hilfe des Mixing-Cell-Ansatzes und Deuterium als Tracer auf seine Eigenschaften untersucht. Die Studie folgte drei Zielen. Es sollten die Fließbewegungen simuliert werden, das entworfene Modell sollte die gespeicherte Wassermenge, die jährliche Grundwasserneubildung und die Fließverteilung berechnen und es sollte die Verwendung von stabilen Isotopen für ein solches Modell getestet werden. Das Grundwassersystem wurde in verschiedene Zellen unterteilt, ein Stockwerk bestand aus den Zellen des alluvischen, das andere aus den Zellen des karbonatischen Aquifers. Die Autoren konnten das Modell für drei verschieden Szenarien (Zellkonfigurationen und Fließverbindungen) kalibrieren, wobei sich die

einzelnen Szenarien nur gering unterschieden, aber es zeigte sich, dass keine eindeutige Lösung möglich ist. Die Kalibrierung fand durch eine Anpassung an die gemessenen Deuteriumwerte statt. Vorher wurden Werte für die Mächtigkeit und Porosität der wasserführenden Schichten festgelegt. Durch die Verwendung von Deuterium konnte für jede einzelne Zelle das mittlere und das mediane Wasseralter und die Altersverteilung bestimmt werden, während eine radioaktiver Tracer in diesem Modell keine Aussagen über die Altersverteilung hätte machen können. Dazu ist aber zu sagen, dass zwar Variationen des Klimas in den letzten 100.000 a auftraten, diese aber nicht berücksichtigt worden sind. Durch die Modellierung des Grundwasserfließsystems konnten neben dem Wasseralter auch Grundwasserneubildung, Fließwege und das gespeicherte Wasservolumen abgeschätzt werden. Trotzdem sollte man die gewonnenen Informationen nur als erste Annäherung sehen (Kirk und Campana 1990).

Gieske und De Vries (1990) stellen in ihrer Veröffentlichung eine alternative Lösungsmöglichkeit in der Mixing-Cell-Modellierung zum Quadratic Programming vor, da dies nicht immer vollständig befriedigende Lösungen liefert. Die Lösung basiert auf der linearen Regressionstheorie (Wagner und Gorelick 1986 aus Gieske und De Vries 1990) und man verwendet dazu die Methode des Singular Value Decomposition (SVD) Algorithmus. Er liefert nicht nur Informationen über eine eindeutige Lösung, sondern liefert auch Varianz und Kovarianz für die berechneten Flüsse. In einem Modell mit zwei Zellen und synthetischen Daten wiesen Gieske und De Vries (1990) nach, dass sowohl Quadratic Programming als auch Singular Value Decomposition zur gleichen Lösung führen. Die Autoren schlagen auch vor, bei Quadratic Programming nicht den Wolfe (1959) Algorithmus zu nutzen sondern die DWP-Methode nach Dantzig (1963) und van den Panne und Whinston (1964). In ihrer Veröffentlichung wendeten die Autoren ein Mixing-Cell-Modell auf ein Grundwassersystem in Botswana an. Sie verglichen die SVDund die DWP-Methoden. Als Folgerung ihrer Ergebnisse zogen sie den Schluss, dass Quadratic Programming und die lineare Regressionstheorie die gleichen Ergebnisse liefern, solange alle Flüsse positive Vorzeichen haben. Kommen negative Vorzeichen vor, scheint die SVD-Methode die besseren Ergebnisse zu liefern (Gieske und De Vries 1990).

Adar und Sorek (1990) zeigten die Möglichkeit mit wenigen hydrologischen Daten, mit natürlichen Tracern und der Verteilung des hydraulischen Potentials die Transmissivitäten und Speicherkoeffizienten für ein Grundwassersystem zu bestimmen. Der Modellansatz bestand aus einer Unterteilung des Grundwassersystems in eine bestimmte Anzahl verschiedener Zellen. Die Zuflüsse und Transmissivitäten wurden mit verschiedenen Massenbilanzgleichungen von Wasser, Isotopen und gelösten Salzen mit einem mathematischen Algorithmus berechnet, wobei für die Bestimmung der Transmissivitäten die Wasserströme zwischen den Zellen zuvor berechnet werden mussten. Den hydraulischen Gradienten, der zur Berechnung nötig ist, erhält man aus der Mittelung der Schwankungen der Grundwasserdruckfläche im betrachten Intervall, am Anfang und Ende des betrachteten Zeitabschnitts wird die gleiche Grundwasserdruckfläche erreicht. Man kann dies als quasi-instationäre Bedingungen bezeichnen. Die Speicherkoeffizienten wurden mit Hilfe der Schwankungen des hydraulischen Potentials über den Gauss-Markov-Ansatz berechnet. Für die Berechnung der Transmissivität sollte sowohl die Verteilung des hydraulischen Potentials als auch die Größe der einzelnen Zellen bekannt sein, daraus lässt sich auf die Größe der durchflossenen Zellgrenzfläche schließen. Die Autoren testeten ihr entworfenes Konzept mit synthetischen Daten. Es wurde ein aus vier Zellen bestehendes Aquifermodell verwendet, bei dem die chemischen Konzentrationen der Zuflüsse, Senken und Quellen in jeder Zelle und der Gesamtabfluss aus Zelle vier als bekannt behandelt wurden. Für die Schwankungen der Grundwasserdruckhöhe wurde eine

Sinusfunktion angenommen. Die Testläufe ergaben, dass durch die Berechnungsmethoden die Werte mit geringem Fehler berechnet werden konnten (Adar und Sorek 1990). Adar und Sorek (1989) veröffentlichten erstmals die Berechnungsmöglichkeiten der Transmissivität und der Speicherkapazität mit den Mixing-Cell-Modellen unter quasiinstationären Verhältnissen.

Auf der Basis von Rosenthal et al. (1990) veröffentlichten Adar et al. (1992) eine Studie über das Aravatal in Israel, in dem das Grundwasserfließsystem mittels Mixing-Cell-Modellierung quantitativ bestimmt wurde. Im Vergleich zu vorhergehenden Studien (Adar et al. 1988, Adar und Neuman 1988) wurde der mathematische Lösungsalgorithmus überarbeitet, dies ermöglichte den Autoren ein komplexeres hydrogeologisches System zu analysieren. Dadurch war die Übertragung des Mixing-Cell-Ansatzes mit Verwendung mehrerer Tracer auf Aravaipa auf das Aravatal möglich, das eine äußerst komplexe Geologie aufweist. Die vorliegenden hydrochemischen und isotopischen Daten wurden mit einer multivariablen Clusteranalyse untersucht, um verschiedene Wasserkörper und mögliche Quellen für die Grundwasserneubildung zu finden. Für das Modell wurden verschiedene Varianten an Zuflüssen zum Aquifer gewählt. Durch Quadratic Programming konnten vier verschiedene Varianten als mögliche Lösung ermittelt werden, die aber alle recht nahe beieinander lagen. Einige als mögliche Zuflüsse betrachtete Wässer konnten durch die mathematische Lösung als insignifikant beitragend ermittelt werden. Ein solches Fließmodell ist nur mit genügend hydrochemischen und isotopischen Daten zu erstellen. Sind die Zuflüsse ins Fließmodell falsch bestimmt oder sind den Zuflüssen die falschen chemischen und isotopischen Konzentrationen zugeordnet, führt ein Lösungsalgorithmus, wie z.B. der Wolfe Algorithmus, nicht automatisch zu einer eindeutigen Lösung. Daher sind die Vorarbeiten und eine genaue Untersuchung des Gebiets sehr wichtig (Adar et al. 1992).

Adar (1996) veröffentlichte eine Zusammenfassung der bisher mit der Mixing-Cell-Modellierung erreichten Ergebnisse. Er liefert damit einen Einblick in deren Methodik und Voraussetzungen. Für die Bestimmung der Flüsse zwischen den Zellen und die Grundwasserneubildung wurde die Theorie erläutert, eine Modellrechnung mit synthetischen Daten durchgeführt und Fallbeispiele aus dem Aravaipa und dem Arava Rift Valley beschrieben. Des Weiteren wurde die Methodik zur Berechnung der Transmissivität aufgezeigt. Auch hier wurde ein Modelltest mit synthetischen Daten durchgeführt, bei dem aus den Wasserflüssen zwischen den Zellen wurde die Leitfähigkeit und daraus die Transmissivität für jede durchflossene Grenzfläche zwischen zwei Zellen, berechnet. Im Unterschied zu Adar und Sorek (1990) waren die Zellen jedoch nicht linear angeordnet. Laut Autor zeigt der Test, dass, solange die Inputdaten genau sind und die Aufteilung des Aquifers in Zellen sorgfältig durchgeführt wird, der mathematische Lösungsalgorithmus die Transmissivitäten korrekt berechnen kann. Auch wird erstmals die Bestimmung der Transmissivität im Gelände vorgestellt. Hierzu wurde dem geometrischen Zentrum der Brunnencluster (nicht dem geometrischen Zentrum jeder Zelle) der für den ganzen Cluster geltende Wert der Grundwasserdruckfläche und der chemischen Konzentrationen zugeordnet. Somit hatten die bei der Zelleinteilung gewählten Grenzen keine Auswirkung auf die Berechnung. Als Ergebnis hielten die Autoren fest, dass die aus dem Modell bestimmten Werte der Transmissivität ziemlich gut mit denen aus Pumpversuchen übereinstimmen. Wichtig ist, dass es nur möglich ist, die Transmissivität in einem Abschnitt zu bestimmen, in dem tatsächlich auch Wasserfluss stattfindet. Im Zentrum des südlichen Arava Rift Valley war dies nicht möglich, da dort durch die starke Wasserentnahme kein Fluss zwischen den Zellen stattfand. Zusätzlich beziehen sich die erhaltenen Transmissivitäten nur auf die Zellgrenzen. Auch wurden Methodik und ein

Modelltest mit synthetischen Daten für die Speicherkoeffizienten beschrieben. Schließlich wurde noch der Effekt von Fehlern der Daten auf die Ergebnisse getestet. Den größten Effekt auf das Ergebnis des Modells haben die Fehler der Konzentration von Isotopen und gelösten Salzen. Das Modell ist auch bei Fehlern, die als realistisch für chemische Analysen betrachtet werden, in der Lage gute Ergebnisse zu erzielen und daher auch auf das Gelände übertragbar (Adar 1996).

Im Süden Portugals, in der Gegend um Faro, hat die Landwirtschaft einen starken Einfluss auf die Zusammensetzung des Grundwassers. Starke Wasserentnahme und überschüssiges Wasser, das wieder zum Grundwasser stößt, beeinflussen den Aquifer stark. Überschüssiges Bewässerungswasser ist im Vergleich zu seinem Ausgangszustand durch Lösen von Dünger und Verdunstung an gelösten Inhaltsstoffen angereichert. Stigter et al. (1998) fanden im Untersuchungsgebiet verschiedene Wässer, die durch unterschiedliche Effekte, wie Salzwasserintrusion oder den landwirtschaftlichen Einfluss, auf die ursprüngliche Beschaffenheit des Grundwassers entstanden sind. Durch die Mischungsprozesse im Aquifer konnte ein Mixing-Cell-Modell angewandt werden. Im Gegensatz zu Adar und Neuman (1988) und weiteren Autoren (u.a. Adar 1996) unterteilten Stigter et al. (1998) den Aquifer nicht nach seiner chemischen Beschaffenheit, sondern setzten alle 500 m eine neue von insgesamt neun Zellen, wobei die Breite der Zellen von der Ausdehnung des betrachteten Gebietes abhängig war. Das von den Autoren verwendete Mixing-Cell-Modell wurde modifiziert, um neben den unbekannten Flüssen zwischen den Zellen auch die zeitlichen Änderungen der Chloridkonzentrationen zu berechnen.

Harrington et al. (1999) veröffentlichten eine Studie, in der sie den Mixing-Cell-Ansatz mit dem Einsatz von MODFLOW (McDonald und Harbaugh 1988) kombinierten. Mit diesem Ansatz untersuchten sie das Otway Basin in Südaustralien, bestehend aus einem ungespannten und einem darunter liegenden gespannten Aquifer, wobei Austausch zwischen den beiden Aquiferen möglich ist. Das Mixing-Cell-Modell wurde direkt mit MODFLOW verknüpft, das verwendet wurde, um die Dynamik des Aquifers in den letzen 27.000 Jahren zu untersuchen, die von den Meeresspiegelschwankungen beeinflusst wurde. Das kombinierte Modell wurde mit einer iterativen Prozedur kalibriert. Zuerst wurde MODFLOW so kalibriert, dass die gemessenen Grundwasserdruckflächen mit den modellierten übereinstimmten. Dann wurden die Flüsse zwischen den Zellen in das Mixing-Cell-Modell übertragen, das die Verteilung von ¹⁴C modellierte. Gab es hier keine Übereinstimmung, wurde das ursprüngliche MODFLOW rekalibriert. Dies wurde so lange durchgeführt, bis sowohl die MODFLOW als auch das Mixing-Cell-Modell die korrekten Ergebnisse lieferten, zusätzlich mussten die Eingangsgrößen wie hydraulische Leitfähigkeit mit hydrogeologischen Geländedaten übereinstimmen. Der Modellaufbau bestand aus 30 zweidimensionalen Zellen mit einer Länge von 8660 m. Die Wahl der Zellgröße hing von den zur Verfügung stehenden Daten ab. Die Dauer des simulierten Zeitraums von 27.000 Jahren musste aufgrund der hohen Verweilzeiten gewählt werden. Durch die Meeresspiegelschwankungen befand sich das System in einem instationären Zustand. Für den Input von ¹⁴C wurde eine über den Simulationszeitraum variabel gestufte Inputfunktion gewählt. Zusätzlich wurde die Meeresspiegelhöhe variiert, für die Grundwasserneubildung wurde ein über die gesamte Simulation konstanter Wert gewählt, da sich die ändernde Neubildung nicht abschätzen ließ. Laut den Autoren ist die größte Einschränkung in diesem Fall die Annahme von kompletter Durchmischung in den einzelnen Zellen, was bei den mächtigen Aquiferen in dieser Studie nicht mehr gegeben ist. Ein weiteres Problem ist häufig, dass die meisten Proben aus ökonomischen Gründen nur aus den oberen Bereichen des Aquifers entnommen werden, so dass manche Proben nicht für eine ganze Zelle repräsentativ sind. Wichtig ist es, in Mixing-Cell-Modellen die

Zellgröße wohlüberlegt zu wählen. Die Verwendung von Deuterium als zusätzlichem Tracer kann die Genauigkeit erhöhen. Die Autoren entschieden sich aber dagegen, da der Input zu ungenau ist und nur grob aus Eisbohrkernen hätte rekonstruiert werden können, wobei die regionalen Besonderheiten nicht hätten erhoben werden können. Exaktere Aussagen ließen sich durch die Untersuchung benachbarter Gebiete treffen, da man dadurch genauere Erkenntnisse über den ¹⁴C-Input gewinnen könnte. Da die Anwendung eines instationären Modells nötig war, zeigt diese Fallstudie, dass man mit der Anwendung stationärer Modelle vorsichtig sein muss.

Eine weitere Studie, in der sowohl ein Mixing-Cell-Modell als auch ein MODFLOW-Modell verwendet wurde, stammt von Dahan et al. (2004). Es wurde der Einfluss einer langwierigen landwirtschaftlichen Nutzung im Fernley-Basin, Nevada, auf die Grundwasserbilanz, Geochemie und die möglichen Änderungen der Wasserqualität eines angrenzenden Flusses untersucht. Die Autoren wählten die Kombination zweier Modelle, da mit einem Mixing-Cell-Modell die hydrochemischen Daten mit ihrer zeitintegrativen MODFLOW hydrodynamischen Wirkung und mit die Prozesse über die Grundwasserstände mit einbezogen und somit mehr verfügbare Daten genutzt werden konnten. Nach der Datensammlung und ihrer Analyse wurden die verschiedenen möglichen Zuflüsse in das Grundwassersystem und die verschiedenen Wasserkörper innerhalb des Systems bestimmt. Dies war die Grundlage zur Anwendung eines Mixing-Cell-Modells, mit dem die einzelnen Zuflüsse und die Wasserflüsse zwischen den Wasserkörpern quantitativ einzelnen bestimmt wurden. Zuletzt wurde ein hydrogeologisches Modell erstellt und kalibriert, sodass es mit den Ergebnissen aus den Mischungsrechnungen übereinstimmte. Zum Untersuchungsgebiet ist noch zu sagen, dass es sich um ein semiarides Gebiet mit einem mittleren Jahresniederschlag von 115 mm handelt. In den unbewässerten Gebieten weisen die Böden einen hohen Salzgehalt auf, in den bewässerten Gebieten wurde dieser über die letzten 100 Jahre ausgewaschen. Durch die Deuterium- und ¹⁸O-Werte wurden die verschiedenen potentiellen Zuflüsse bestimmt, die gelösten Salze wurden zur Bestimmung der weiteren Fließwege des Grundwassers verwendet, da dessen Qualität durch Zuflüsse aus der ungesättigten Zone und überschüssiges Bewässerungswasser beeinflusst wird. Durch den Gehalt von Sulfat und Chlorid konnten noch zusätzliche Wässer als Zuflüsse identifiziert werden. Die Einteilung in verschiedene Zellen wurde aufgrund von Isotopengehalten und der Hydrochemie vorgenommen. Zuerst wurde das Mixing-Cell-Konzept auf jede einzelne Zelle separat angewendet, alle Zuflüsse und die im Fließweg davor liegenden Zellen konnten sich in der darunter liegenden Zelle vermischen. Dadurch ließen sich die Anteile der einzelnen Zuflüsse auf jede einzelne Zelle bestimmen. Um die Rechnung für eine Zelle zu akzeptieren musste die Wasserbilanz zu mindestens 85% geschlossen sein. Auch konnten durch die Anwendung auf einzelne Zellen zusätzliche Zuflüsse aus den nördlich liegenden Bergen und aus einem Kanal identifiziert werden, da Zellen auftraten, in denen die Massenbilanz ohne diese zusätzlichen Zuflüsse nur zu 13% geschlossen war. Die Autoren folgern, dass die Anwendung des Mixing-Cell-Ansatzes für jede einzelne Zelle ein gutes Mittel ist, um zusätzliche Zuflüsse zu bestimmen, die ohne diese Methode unentdeckt blieben. Der nächste Schritt war die Anwendung auf alle Zellen, dies wurde in einer schrittweisen Technik vollzogen, indem bei jedem Schritt eine neue Zelle zum System hinzukam. Angefangen wurde mit jeweils mit einer Zelle, die den Grundwasserabstrom in den Truckee River darstellte, und es wurde jeweils die nächste höher liegende Zelle einbezogen. Das ganze Modell wurde für stationäre Fließbedingungen konzipiert. Die Größe der einzelnen Zellen musste bekannt sein und wurde durch Thiessen-Polygone konstruiert, zusätzlich konnten hydrogeologische Erkenntnisse dazugenommen werden. Es ist aber festzuhalten, dass die Zellgrenzen stark von der Einschätzung des Modellierers

selbst abhängt. Ein konzeptionelles Modell des Systems wurde entworfen, das die Entwicklung des Systems über die letzten 100 Jahre umfasst und auf hydrochemischen und hydrogeologischen Daten beruht. Weiterhin wurde durch das Mixing-Cell-Modell gezeigt, durch welche Grundwasserzuflüsse die Wasserqualität des Truckee Rivers stark beeinflusst wird. Das hydrogeologische Modell, das nun verwendet wurde, sollte den bisher gewonnenen Erkenntnissen angepasst werden. Dahan et al. (2004) wählten ein stationäres finite Differenzen MODFLOW-Modell (McDonald und Harbaugh 1988, Harbaugh McDonald 1996). Verschieden Modellsimulationen wurden durchgeführt, um MODFLOW an das aus dem Mixing-Cell-Modell gewonnene Grundwasserfließmuster anzupassen. Die Anpassung wurde mit Veränderung der hydraulischen Leitfähigkeit durchgeführt. Bis auf zwei Punkte stimmten die beiden Modelle überein und es wurde so ein genaues Bild des Grundwassersystems erhalten, das ein entwickeltes konzeptionelles Modell des Systems bestätigte.

Tezcan (2002) entwickelte ein flächendistribuiertes konzeptionelles Modell für Grundwasserfluss und Tracertransport in großskaligen Karstaquiferen. Das Modell basiert auf dem Mixing-Cell-Ansatz und den Vorzügen von Geländeanalysen. Das Modell simuliert das Grundwassersystem, indem der Aquifer in einzelne dreidimensionale Zellen eingeteilt wird, die durch geographische, geologische und hydrogeologische Eigenschaften charakterisiert sind, wobei die Eigenschaften innerhalb jeder Zelle als homogen angenommen werden. Der Grundwasserfluss wird mittels eines linearen oder nichtlinearen Speicherelementes, bei dem der Abfluss vom Speicherinhalt abhängig ist, simuliert. Der Tracertransport basiert auf einem Mixing-Cell-Ansatz. Über das Einzugsgebiet wird ein xy-Koordinatensystem gelegt, die z-Koordinate ist für jede Schicht nach Ermessen des Modellierers frei wählbar. Zellen werden verschiedene Werte zugeordnet, die ihre Eigenschaften charakterisieren. So zum Beispiel, ob das hydraulische Potential konstant ist (Meer), variiert oder die Zelle inaktiv ist. Außerdem werden Eigenschaften wie Schlucklöcher, tektonische Eigenschaften und Geländeneigung berücksichtigt. Das Geländemodell wird mit einem hydrologischen Modell kombiniert, das Niederschlag, Verdunstung, Infiltration, Oberflächenabfluss und Oberflächenspeicherung berücksichtigt. Anschließend wird der Fluss in jede Zelle simuliert, die von den sechs Umgebenden Zellen Wasser erhalten kann, solange diese ein größeres hydraulisches Potential haben. Der Modelloutput sind die Abflussganglinien der Zellen, die eine Quelle repräsentieren, der Speicherkoeffizient und die Infiltrationskonstante sind die Anpassungsparameter. Der Tracertransport wird mittels eines Mixing-Cell-Modells modelliert. Es können bis zu fünf konservative Tracer simuliert werden, wobei nur advektiver Transport und weder Dispersion noch Diffusion berücksichtigt wird. Tezcan (2002) verwendet die Ansätze nach Simpson und Duckstein (1976) und Yurtsever und Payne (1978) für sein Modell. Der Autor wandte das von ihm entwickelte Modell auf das Bevdaglari-Karstaguifersystem in der Region von Antalya, Türkei, an. Das Aquifersystem hat eine Fläche von ungefähr 11.000 km². Der Niederschlag wurde gemessen und daraus mit der Isohyeten-Methode der Gebietsniederschlag berechnet, die Verdunstung wurde nach Turc bestimmt und für die größeren Quellen lagen Abflussmessungen vor. Das System wurde in Zellen von 250 m unterteilt (insgesamt 256*560) und acht Schichten von unterschiedlicher Mächtigkeit. Durch Geländeanalysen wurden den Zellen ihre Eigenschaften zugeordnet, als Simulationszeitraum wählte der Autor die Periode von Januar 1954 bis Januar 1996, die Rechnungsschritte wurden auf Tagesbasis durchgeführt. Zusätzlich neben dem Niederschlag wurde der Tritiuminput in das System geben. Das Modell gab den Abfluss der Quellen samt ihrer Tritiumkonzentrationen aus. Der Speicherkoeffizient und die Infiltrationskonstante wurden für jede Zelle kalibriert, als Validierung dienten die gemessenen Tritiumkonzentrationen in der Kirgözler Quelle, der zweitgrößten Quelle des

Gebietes, bei der lange Tritiummessreihen vorlagen. Das Modell benötigt eine große Anzahl an Eingabedaten und eine Zuweisung der Eigenschaften für jede Zelle, daher ist es nahezu unmöglich, eine eindeutige Lösung zu erhalten. Die Lösung, die erhalten wird, ist als Näherungswert zu verstehen, der auf dem begrenzten Wissen über ein komplexes System beruht. Zur Verbesserung könnten mehrere Tracer verwendet werden, dies hängt aber von der Datenlage ab.

Adar et al. (2002) stellten ein Mixing-Cell-Modell vor, mit dem man durch natürliche Tracer verschiedene Massenbilanzgleichungen der einzelnen Zellen aufstellen und damit die interzellulären Flüsse, Speicherkoeffizienten und Transmissivität bestimmen kann. Die Neuerung bei diesem Modell war die Anwendung auf instationäre Verhältnisse. Unter stationären Verhältnissen liefert Quadratic Programming, vor allem der Wolf Algorithmus, geeignete Lösungen (u.a. Adar 1996). Unter instationären Verhältnissen ist dies aber nicht möglich, Quadratic Programming scheint dort an seine Grenzen zu stoßen. Deshalb Möglichkeiten Autoren weitere untersuchten die das Gleichungssystem Massenbilanzen zu lösen, es wurden der Genetic Algorithmus (GA), die Methode kleinster Quadrate und Linear Programming vorgeschlagen. Der Genetic Algorithmus (u.a. Davis, 1991 aus Adar, 2002) wurde mit synthetischen Daten getestet, er kann gute Lösungen liefern, wenn der mögliche Lösungsbereich schmal ist. Nimmt die Anzahl der Parameter zu, wird die Qualität der Lösung deutlich schlechter. Adar et al. (2002) untersuchten auch die Anwendung im Aravatal und kamen zu dem Ergebnis, dass der GA dort angewandt nicht ausreichende Lösungen ergibt. Weitere Untersuchungen in diesem Bereich sind in Arbeit.

Auch Campana (2002) beschäftigte sich mit instationären Verhältnissen und ihrem Einbau in die Mixing-Cell-Modellierung. Er kombinierte seine mit Umweltisotopen kalibrierten Modelle (Campana und Simpson 1984, Campana und Mahin 1985) mit dem Ansatz linearer Speicher, sodass instationäre Verhältnisse simuliert werden können. Dadurch ist der Abfluss aus jeder Zelle vom gespeicherten Wasservolumen abhängig, zusätzlich lässt sich auch der Speicherkoeffizient zeitlich variieren. Der Autor formulierte dies mathematisch aus. Zur Altersberechnung aus den Umweltisotopen modifizierte Campana (2002) die Arbeit von Sadler (1990), der eine Möglichkeit vorstellte, mit der man das mittlere Wasseralter bei variabler Grundwasserneubildung in den Modellzellen berechnen kann. Campana (2002) zeigte auch mögliche Erweiterungen seines Mixing-Cell-Modells, so kann die ungesättigte Zone in das Modell integriert werden, indem die Infiltration die Grundwasserneubildung steuert, dazu schlägt er ein einfaches mathematisches Konzept vor, in dem die Infiltration von Zelleninhalt und maximal möglichem Zelleninhalt abhängig ist. Hierzu ist noch einmal zu unterstreichen, dass bei dem Ansatz nach Campana Grundwasserneubildung beziehungsweise Grundwasserzuflüsse als Eingangsgröße dienen, bei den Ansätzen nach Adar werden sie über das Inversproblem mit Hilfe der Massenbilanzgleichungen erhalten.

Neben den beiden Hauptanwendungsbereichen von Campana auf der einen und Adar auf der anderen Seite beschäftigten sich mehrere andere Autoren mit Mixing-Cell-Modellen auch abseits der Grundwassermodellierung. Im Folgenden sollen einige Publikationen beschrieben werden.

Woolhiser et al. (1985) schlugen eine Normalisierte Chemische Ionenbilanzmethode vor, um verschiedene Oberflächen- und Grundwasserzuflüsse in einen Flussabschnitt zu bestimmen. Schon Woolhiser et al. (1979, 1982) entwickelten eine Methode, um verschiedene Zuflüsse in einen Gewässerabschnitt zu bestimmen. Die Werte dieser Größen wurden über Quadratic Programming für bis zu acht verschiedene Ionen gelöst, diese Verfahren bildeten die Grundlage für die Lösung des Inversproblems in der Mixing-Cell-Modellierung. Laut Woolhiser et al. (1985) ist das konservative Verhalten der Tracer Voraussetzung für seine Annahmen. Es wurden verschiedene Mischungssets getestet. Das erste Set bestand aus 64 Mischungen von 2-8 Komponenten, die aus 10 verschiedenen Wasserproben (Sources) gewählt wurden, das zweite Set bestand aus 25 Mischungen, die aus fünf verschiedenen Wasserproben zusammengestellt wurden. Probleme ergaben sich unter anderem dadurch, dass es möglich, war einige potentielle Sources annähernd durch Mischung verschiedener anderer zu erzeugen. Es wurden für jedes Set die Wahrscheinlichkeiten gezeigt, eine nichtvorhandene Source nachzuweisen und eine vorhandene nicht nachzuweisen. Diese Wahrscheinlichkeiten waren für das zweite Mischungsset deutlich geringer, was eventuell am größeren Probevolumen und sorgfältigerer Analyse lag. Die Autoren folgern, dass möglichst viele verschiedene Ionen in die Analysen mit einbezogen werden sollten.

Eine weitere interessante Anwendung des Mixing-Cell-Konzeptes wurde von Apello und Willemsen (1987) veröffentlicht. Sie kombinierten ein geochemisches Modell mit einem Mixing-Cell-Modell für stationären eindimensionalen Transport. Mit diesem Modell wurde die Konzentrationsänderung in einem Aquifer während Salzwasserintrusion modelliert. Das verwendete Mixing-Cell-Modell basierte in diesem Fall auf dem Transport einzelner Zellen in Säulen.

Bajracharya und Barry (1994) gaben einen Überblick über die verschiedenen Typen von Mixing-Cell-Modellen mit deren mathematischen Grundlagen und konzeptionellen Modellvorstellungen. Sie gaben außerdem einen Überblick über verschiedene Randbedingungen und die Anzahl der Zellen und deren Einfluss auf die Genauigkeit des Modells.

Andrews et al. (1997) modellierten die Nitratauswaschung unter Ackerboden in einen Kalkaquifer mithilfe des Mixing-Cell-Modells IMPACT. Dies ist ein in Schichten aufgebautes Modell, das die Nitratauswaschung auf Tagesbasis wiedergibt. Das Konzept der Mixing-Cells wurde für den Transport im Boden und im ungesättigten Bereich des Kalkes genutzt. Die chemischen Prozesse, wie Nitrifikation und Denitrifikation, die sich um das Nitrat herum abspielen, wurden für jeden Zeitschritt in den einzelnen Zellen simuliert und folgend der Transport berechnet. Den Autoren gelang es das Modell durch Porenwasserproben zu kalibrieren.

Yurtsever (1999) wendete ein Mixing-Cell-Modell auf die Donau an, um Anteile von Oberflächenabfluss und Grundwasser am Gesamtabfluss und die dazugehörenden Verweilzeiten abzuschätzen. Als Tracer wurde Tritium verwendet, was sich aufgrund der Datenverfügbarkeit anbot. Zur Kalibrierung dienten die Verweilzeiten in den beiden Zellen und der Fluss zwischen den beiden Zellen. Die modellierten Tritiumkonzentrationen der Donau wurden an die gemessenen angepasst. Es wurde ein Beitrag von Wasser aus unterirdischen Fließwegen von 36-40% bestimmt, die dazugehörige mittlere Verweilzeit betrug 140 Monate, die Verweilzeit für den Oberflächenabfluss betrug 10 Monate.

3 Methodik der Grundwasserdatierung

In der Einführung wurde erläutert, dass die Kombination von Zerfallstracern mit geogenen Tracern ein Ziel dieser Arbeit ist. Hierzu soll im folgenden Kapitel auf die Grundlagen der Altersdatierung von Wasser mit Zerfallstracern eingegangen werden. Neben der Theorie werden auch die verschiedenen dazu verwendeten Tracer vorgestellt. Mit den in Kapitel 4.2.1 vorgestellten Gleichungen können nur Tracer einbezogen werden, deren Altersdatierung über den Zerfall oder über einen exponentiell verlaufenden Abbau definiert wird.

3.1 Das Alter von Wasser

Unter dem Alter eines Grundwassers wird die Zeit verstanden, die seit dem letzten Kontakt mit der Atmosphäre vergangen ist, also der Zeitraum von der Grundwasserneubildung bis zu dem Moment der Probeentnahme. Es handelt sich natürlich immer um ein mittleres Alter (Ludin 1993) und entspricht der mittleren Fließzeit. Das Wasseralter hat keine Bedeutung hinsichtlich des Bildungszeitpunkts. Dieser existiert auch nicht, da das Wasser ständig durchmischt wird und Grundwasser immer eine Mischung verschiedener Zeiträume ist (Solomon et al. 1998).

3.2 Voraussetzungen für die Datierungen

Wie oben erwähnt wurde, gibt das Wasseralter die mittlere Fließzeit wieder. Der Nullpunkt der Markierung ist grundsätzlich der Moment, in dem versickerndes Wasser den Grundwasserspiegel oder den Kapillarsaum erreicht und von der Gasphase isoliert wird. Aufgrund der Dispersion hat eine Grundwasserprobe viele Wassermoleküle mit unterschiedlichem Alter. Bei sehr starker Dispersion kann die Aussagekraft des Wasseralters an Wert verlieren. Um gelöste Gase überhaupt zur Bestimmung des Wasseralters zu verwenden, muss der advektive Transport den diffusiven Transport übertreffen (Solomon et al. 1998). Bei Grundwasserfließgeschwindigkeiten von unter 100 mm/a wird der diffusive Transport relevant, bei Geschwindigkeiten von kleiner 10 mm/a ist er der dominierende Faktor (Solomon und Cook 1994 aus Solomon 1998). Das bestimmte Wasseralter, bei radioaktiven Tracern auch Zerfallsalter genannt, gibt nur im Falle von Piston-Flow die mittlere Fließzeit wieder, ansonsten müssen verschiedene Fließmodelle angenommen werden (Campana und Simpson 1984, Campana 1987).

3.3 Zerfallsgesetz

Radioaktive Isotope unterliegen dem Zerfallsgesetz. In der Atmosphäre findet aber auch eine Neubildung statt, so dass sich die Konzentrationen dort konstant halten (⁸¹Kr), erhöhen (⁸⁵Kr) oder verringern (Tritium), je nachdem wie stark die Produktionsprozesse sind. Sobald radioaktive Isotope in das Grundwasser gelangen und den Kontakt zur Atmosphäre verlieren, beginnt sich ihre Konzentration durch Zerfall zu verringern. Es gilt das Zerfallsgesetz:

$$A(t) = A(t_0) \exp(-\lambda t) \tag{1}$$

A(t): Aktuelle Konzentration

A(t₀): Anfangskonzentration

t: Zeit

λ: Zerfallskonstante

(Ludin 1993).

3.4 Datierung mit Kryptonisotopen

Die beiden Kryptonisotope ⁸⁵Kr und ⁸¹Kr werden zur Grundwasserdatierung eingesetzt. ⁸⁵Krypton ist ein radioaktives Edelgas, das unter β^{-} Zerfall mit der Halbwertszeit T_{1/2}=10,76 Jahre, zum stabilen ⁸⁵Rb zerfällt (Ekwurzel et al. 1994). Das stark inerte Gas ⁸⁵Kr entsteht aus Kernspaltungsreaktionen vor allem in Kernreaktoren. Die weltweite Emission stieg von 5 PBq/a (peta-becquerels) 1950 bis auf 350 PBq/a 1986 an (Weiss et al. 1992 aus Cook & Solomon 1997). Nur Anfang der 70er Jahre des vorigen Jahrhunderts gab es eine Stagnation im Anstieg der Konzentrationen (Ekwurzel et al. 1994).

⁸⁵Kr wird hauptsächlich über Nordamerika, Westeuropa und der ehemaligen UdSSR gebildet, auf der Südhalbkugel gibt es keine bedeutenden Emissionen. Das Grundwasseralter wird bestimmt, indem man die gemessenen ⁸⁵Krypton-Konzentrationen um den radioaktiven Zerfall korrigiert. Man erhält auf der Inputfunktion eine entsprechende Konzentration und kann somit das Alter bestimmen. Durch den kontinuierlichen Verlauf der Input-Funktion ist im Gegensatz zur Tritium-Methode eine Datierung eindeutig; dies ist ein sehr wichtiger Vorteil dieser Methode. Für das ⁸⁵Kr gibt es weder wichtige Quellen noch Senken im Untergrund. Die Löslichkeit von ⁸⁵Kr ist sehr gering. Dies führt zusammen mit den niedrigen atmosphärischen Konzentrationen zu enorm großen Probevolumen (Cook & Solomon 1997). Es sind mindestens 100 Liter Wasserprobe nötig und es darf zu keinem Kontakt zwischen Wasserprobe und Atmosphäre kommen (Rozanski und Florkowski 1979 aus Cook und Solomon 1997). Die gelösten Gase werden schon im Gelände mittels Vakuumextrahierung gewonnen. Der analytische Fehler beträgt ungefähr 4%. Die Kryptonanalytik ist sehr kostenintensiv. Durch Ungenauigkeiten in der Inputfunktion kann ein Fehler von bis zu fünf Jahren entstehen (Cook und Solomon 1997).

⁸¹Krypton hat eine Halbwertszeit von 229.000 Jahren (Lehmann et al. 2003). Es wird durch kosmische Strahlung in der Erdatmosphäre produziert, entweder aus der Reaktion von ⁸⁰Krypton mit Neutronen oder der Aufspaltung schwererer Kryptonisotope. Durch die geringen Konzentrationen in der Atmosphäre entstehen analytische Schwierigkeiten, da sich bei einer durchschnittlichen Grundwasserneubildungstemperatur von T=15°C nur 1100 ⁸¹Kr-Atome in einem Liter Wasser befinden. Die unterirdische Produktionsrate von ⁸¹Kr ist gering. Dies rührt von der Abschirmung des ⁸¹Kr durch das stabile ⁸¹Br her (Collon et al. 2000), dagegen ist die Theorie der Datierung ziemlich einfach. Der Input kann als konstant angenommen werden, und es findet keine Produktion im Untergrund statt. Es muss nur aus der Inputfunktion der Eintrag über die Temperaturbedingungen zur Zeit der Grundwasserneubildung bestimmt werden, dies ist über weitere Edelgase, vor allem Neon, möglich. Somit kann aus der Umkehrrechnung des Zerfalls aus der gemessenen Konzentration das Grundwasser datiert werden.

3.5 Datierung mit Argon

³⁹Argon hat vor allem wegen seiner Halbwertszeit von 269 Jahren in der Hydrologie Beachtung gefunden. Mit ³⁹Ar lässt sich die Lücke zwischen ⁸⁵Krypton bzw. Tritium und ¹⁴C, also der Bereich von 100 bis 1000 Jahren, schließen (Käss 2004). Hier wird das Alter mit Hilfe des Inputs aus der Atmosphäre, der im Grundwasser gemessenen Konzentration und des radioaktiven Zerfallsgesetzes errechnet. Von Vorteil ist hierbei das chemische Verhalten von Argon, das als Edelgas an keinen Reaktionen teilnimmt. Die unterirdische Produktion von ³⁹Argon bereitet häufig Schwierigkeiten und ist nur durch verschiedenste Modellannahmen und Laborstudien in den Griff zu bekommen (Forster et al. 1992).

3.6 Datieren mit CFCs

Die Konzentrationen der verschiedenen FCKWs (engl. CFCs) sind in der Atmosphäre auch in der heutigen Zeit noch ansteigend. Man kann CFC-11, CFC-12 und CFC-113 verwenden. Die FCKWs gelangen über den Niederschlag ins Grundwasser. Über die Funktion der atmosphärischen Konzentration und den Temperaturen während der Grundwasserneubildung, zur Bestimmung des Lösungsgleichgewichtes, kann der Input bestimmt werden. Daraus lässt sich das Wasseralter berechnen (Ekwurzel et al. 1994). Eventuell muss zusätzlich der metabolische Abbau der FCKWs berücksichtigt werden.

3.7 Datieren mit der Tritium-Helium-Methode

Der starke Anstieg des atmosphärischen Tritiumgehaltes ab Mitte der 60er Jahre des vorigen Jahrhunderts durch oberirdische Atombombentests konnte für die Wasserdatierung verwendet werden. Als Teil des Wassermoleküls ist Tritium ein sehr guter Tracer. Der Konzentrationsverlauf des atmosphärischen Tritiums ist nicht überall genau bekannt, er wurde nur an wenigen Orten gemessen (Solomon et al. 1998). Durch den Zerfall des Tritiums, mit der relativ kurzen Halbwertszeit von $T_{1/2}=12,43$ Jahren, verschwindet der Bombenpeak langsam aus dem Grundwasser. In einigen Aquiferen liegt die aktuelle Tritiumkonzentration in Proben aus der Zeit des Bombenpeaks kaum noch über den Konzentrationen im heutigen Niederschlag. Man kann dies umgehen, indem man neben dem Tritium auch sein Zerfallsprodukt, ³Helium, misst. Damit kann man Grundwasser ab den 1950er Jahren mit einer Genauigkeit von wenigen Jahren datieren. Dadurch wird der Aufwand erhöht, aber auch präzisere und eindeutigere Ergebnisse erreicht. Ab dem Moment, in dem das Tritium ins Grundwasser eintritt, beginnt der radioaktive Zerfall, das Edelgas ³Helium wird produziert. In der ungesättigten Zone kann das gelöste ³Helium in

die Atmosphäre entweichen. Sobald das System von der Atmosphäre isoliert ist, beginnt die Konzentration von gelöstem ³Helium mit dem Wasseralter anzusteigen. Neben dem Tritiumzerfall gibt es noch andere Quellen für das ³He im Grundwasser. Deshalb muss daneben das tritogene ³Helium (³He^{*}), das Helium aus dem Tritiumzerfall, bestimmt werden. Das ³H/³He-Alter ist definiert als:

$$t = \lambda^{-1} \ln({}^{3}He/{}^{3}H + 1)$$
(2)

Hier ist t das Grundwasseralter und λ die Zerfallskonstante des Tritiums. ³H und ³He^{*} werden in Tritiumunits (TU) gemessen. Für ³H entspricht 1 TU einem ³H-Atom auf 10¹⁸ Wasserstoffatome. Für ³Helium ist ein TU gleich 0,402 pcm³/kg. Der größte Vorteil der Tritium/³Helium-Methode ist die Unabhängigkeit von der Inputfunktion. Diese spielt wegen der Messung der ³Helium-Konzentrationen keine Rolle mehr; man benötigt somit nur die im Grundwasser gemessenen Tritium- und ³Helium-Konzentrationen. Dies gilt aber nur unter Annahme eines advektiven Transportes (Cook und Solomon 1997).

3.8 Datieren mit ¹⁴Kohlenstoff

¹⁴C ist für die Wasserdatierung ein sehr nützliches Isotop. Durch verschiedene geochemische Reaktionen wird die Datierung aber deutlich erschwert. Es findet Isotopenfraktionierung im Aquifer durch Ausfälle von Carbonaten und durch mikrobielle Aktivität statt (Lehmann et al. 1993). Die Halbwertszeit von 5730 Jahren ermöglicht einen Datierungszeitraum von tausend bis mehreren zehntausend Jahren. Um die gemessenen ¹⁴C-Konzentrationen interpretieren zu können, sollte das geochemische Milieu möglichst genau bekannt sein. Außerdem sollte die hydrogeologische und hydraulische Situation im Untersuchungsgebiet untersucht worden sein. Diese Faktoren spielen eine wichtige Rolle bei der Bestimmung des Grundwasseralters, eine Bestimmung nur aus dem ¹⁴C-Gehalt ist meistens sinnlos (Moser 2004).

4 Theorie der Mixing-Cell-Modellierung

Im folgenden Abschnitt werden die Grundlagen der Mixing-Cell-Modellierung gezeigt. Zuerst wird die Methodik vorgestellt, die von Adar und seinen Mitautoren verwendet und in Adar und Sorek (1989, 1990) und in Adar (1996) publiziert wurde. Darauf wird eine Möglichkeit gesucht, um die Verwendung von Alterstracern mit der von geogenen Tracern und Isotopen zu kombinieren. Von Bedeutung sind noch die Begriffe Zelle und Source. Eine Zelle ist in einem Mischungszellenmodell eine räumliche Wassereinheit (z.B. Grundwasserleiter, Teil eines Grundwasserleiters oder Gewässerabschnitt), in der ähnliche chemischen Konzentrationen der Wasserinhaltsstoffe und ähnliche Isotopenverhältnisse vorliegen. Zusätzlich erhält eine Zelle einen gewissen Wasserzustrom, der die Chemie bestimmt, dieser Zustrom setzt sich aus verschiedenen Sources zusammen. Die Zelle ist Bestandteil des Modells. Eine Source, wofür auch die Begriffe Zufluss oder Quelle verwendet werden können, ist ein Wasser mit bestimmter chemischer Zusammensetzung, welches von außerhalb dem System zufließt. Sie erhält keinen Wasserzustrom durch eine Zelle oder eine andere Source und bildet die oberste Komponente im Modell (Dahan et al. 2004).

4.1 Methodik nach Adar aus Adar und Sorek (1989, 1990) und Adar (1996)

4.1.1 Grundlage

Es werden über ein Modell die Berechnungsmöglichkeiten für den Recharge und für die hydraulischen Parameter eines Aquifers, dessen hydraulische und transportbezogenen Eigenschaften kaum oder gar nicht bekannt sind, gegeben. In dem Modell wird der Aquifer in mehrere Zellen unterteilt, in denen eine komplette Durchmischung von Isotopen und gelösten chemischen Substanzen angenommen wird. Diese Idee stammt von Simpson und seinen Mitarbeitern und wurde von Adar weiterentwickelt (Simpson und Duckstein 1976, Campana und Simpson 1984).

Es werden Massenbilanzgleichungen für jede Mixing-Cell geschrieben, diese beinhalten die Erhaltung des Wassers, der Isotope und der gelösten chemischen Stoffe. Die Gleichungen werden alle gleichzeitig mittels Quadratic Programming (siehe u.a Wolfe 1959) gelöst, um eine Lösung für die Fließkomponenten und die hydraulischen Parameter zu erhalten. Adar (1996) testete, inwieweit die verwendeten Tracer als konservativ zu betrachten waren. Dies ist durch chemische Gleichgewichtsmodelle wie WATEQF (Plummer et al. 1976) und NETPATH (Plummer et al. 1991) möglich. Tracer, die diesen Test nicht bestehen, sollten im Quadratic Programming geringer gewichtet oder ganz ausgeschlossen werden.

Das Modellkonzept von Adar (1996) beruht hauptsächlich auf drei verschiedenen konzeptionellen Modellen:

- 1. Der Bestimmung der Wasserbewegung und der gelösten Substanzen mittels eines Mehrkomponenten-Mixing-Cell-Modells nach Rasmussen (1982) und Campana und Simpson (1984).
- 2. Der Lösung der Massenbilanzgleichungen mittels Quadratic Programming, wie es in Arbeiten verschiedener Autoren gezeigt wurde (Woolhiser et al. 1982, Adar 1984, Adar et al. 1988).

3. Einem mathematischen Ansatz, um die hydraulischen Leitfähigkeiten und den Speicherkoeffizienten, der einzelnen Zellgrenzen beziehungsweise Zellen zu ermitteln. Dies wurde erstmals von Adar und Sorek (1989, 1990) durchgeführt.

Das Mischungszellenmodell basiert auf verfügbaren natürlichen Tracern und ihrer Messung im Aquifer die meistens, im Vergleich zu hydrogeologischen Messungen, relativ leicht messbar sind. Der Aquifer wird in begrenzte Zellen unterteilt. Die Unterteilung wird aufgrund der Verteilung und der Konzentrationen der einzelnen Tracer vorgenommen, wobei vollkommene Durchmischung angenommen wird. Für den Aquifer werden folgende Annahmen als gegeben betrachtet:

- 1. Alle Tracer sind konservativ, Reaktionen, Ablösung und Ausfällung können vernachlässigt werden. Die räumliche Änderung der Konzentrationen kommt nur durch Verdünnung und Mischung zustande. Prinzipiell können auch nicht konservative Tracer verwendet werden, solange ihre Veränderungen bekannt sind.
- 2. Zeitliche Schwankungen der Flüsse der einzelnen Zellen können durch Mittelwerte ausgedrückt werden, die sich auf einen Zeitraum beziehen, in dem die Grundwasseroberfläche als konstant oder als Mittel eines zyklischen Prozesses angenommen werden kann. Die Amplitude des hydraulischen Potentials kann sich an einem Beobachtungspunkt ändern, die Länge der zeitlichen Schwankungen muss gleich bleiben.
- 3. Der Tracertransport wird durch den advektiven Transport dominiert.

Zusätzlich wird angenommen, dass die Tracerkonzentrationen, die während eines Zeitschrittes in der Zelle konstant sind, gleichzeitig mit den Konzentrationen in Zu- und Abflüssen messbar und bekannt sind. Weiterhin müssen alle Zuflüsse, die das Aquifersystem erreichen, und alle Abflüsse aus dem System qualitativ bekannt sein. Quellen und Senken müssen mit ihren zugehörigen Tracerkonzentrationen quantitativ bekannt sein.

4.1.2 Bestimmung der Grundwasserflüsse und der Neubildungs-Komponenten

Hierfür wird der Aquifer in eine bestimmte Zahl von Zellen N eingeteilt. Die Zeit wird durch diskrete Intervalle Δt ausgedrückt. Es wird angenommen, dass jeder einzelne Tracer in jeder räumlich-zeitlichen Einheit durch komplette Mischung gleichmäßig verteilt ist. Jeder Tracer k wird als konservativ betrachtet. Zeitliche Änderungen der einzelnen Flüsse werden ausgemittelt, indem man sie in einem halbjährlichen Zyklus betrachtet. Für Wasser, als eine Flüssigkeit mit konstanter Dichte, lautet die Massenbilanzgleichung für die **n**-te Zelle beim Zeitintervall Δt :

$$Q_n - W_n + \sum_{i=1}^{I_n} q_{in} - \sum_{j=1}^{J_n} q_{nj} = S_n^* \frac{dh_n}{dt}$$
(3)

 I_n und J_n bezeichnen die Anzahl der Sources beziehungsweise der Zellen, von denen ein Fluss in die n-te Zelle fließt, q_{in} und q_{nj} sind die Flüsse, die aus Source oder Zelle i in die Zelle n beziehungsweise aus der Zelle n in die Zelle j fließen. Q_n und W_n bezeichnen Quellen und Senken in der Zelle selbst. Sn* ist der Speicherkoeffizient (u.a. Hölting 1996, Seite 153) und h_n ist das hydraulische Potential der Zelle n.

Weil der Grundwasserspiegel in jeder Zelle variieren kann, werden zwei Zeitpunkte festgelegt, t_1 und t_2 ($t_2 > t_1$), für die das hydraulische Potential dasselbe ist. Das bedeutet, dass über das Zeitintervall $\tau=t_2-t_1$ die Größe von dh_n/d_t sich in den einzelnen Zellen nicht ändert. Falls $S_n * \neq S_n * (t)$, dann ist:

$$\frac{1}{\tau} \int_{t_1}^{t_2} S_n^* \frac{dh_n}{dt} dt = 0 \tag{4}$$

 $h_n, t_1 \equiv h_n, t_2$

Wird Gleichung (3) nun über $\tau = t_2 - t_1$ integriert und durch t dividiert, erhält man:

$$\overline{Q_n} - \overline{W_n} + \sum_{i=1}^{I_n} \overline{q_{in}} - \sum_{j=1}^{J_n} \overline{q_{nj}} = 0$$
(5)

wobei die Werte im Gegensatz zu Gleichung (3) Mittelwerte über Δt repräsentieren:

$$\overline{q_{in}} = \frac{1}{\tau} \int_{t_1}^{t_2} q_{in} dt$$
(6)

Durch Gleichung (5) werden quasi-stationäre Bedingungen ausgedrückt, die aus der zeitlichen Mittelung entstehen. Unter der Annahme konservativen Verhaltens der Tracer und quasi stationären Verhältnissen für die Tracer gilt:

$$\hat{C}_{nk}\overline{Q}_{n} - \overline{C}_{nk}\left[\overline{W}_{n} + \sum_{j=1}^{J_{n}} \overline{q}_{nj}\right] + \sum_{i=1}^{I_{n}} \overline{q}_{in}\overline{C}_{ink} = 0$$
(7)

k=1, 2, ..., K

 $\overline{C_{ink}}$ ist die mittlere Konzentration des Tracers, der die Zelle **n** mit dem Fluss aus Zelle **i** erreicht.

 $\overline{C_{nk}}$ ist die mittlere Konzentration des Tracers **k** in Zelle **n**, und \hat{C}_{nk} ist die mittlere Konzentration von **k** aus der Quelle **Q**_n. Es muss beachtet werden, dass die Massenbilanzgleichungen (5) und (7) mit Fehlern behaftet sind, zum Beispiel Fehler in der chemischen Analyse. Wird ein Fehlerterm eingeführt, entstehen die Gleichungen (8) und (9):

$$\overline{Q_n} - \overline{W_n} + \sum_{i=1}^{J_n} \overline{q_{in}} - \sum_{j=1}^{J_n} \overline{q_{nj}} = e_n$$
(8)
$$\hat{C}_{nk}\overline{Q}_{n} - \overline{C}_{nk}\left[\overline{W}_{n} + \sum_{j=1}^{J_{n}}\overline{q}_{nj}\right] + \sum_{i=1}^{I_{n}}\overline{q}_{in}\overline{C}_{ink} = e_{nk}$$
(9)

wobei $\mathbf{e}_{\mathbf{n}}$ und $\mathbf{e}_{\mathbf{n}\mathbf{k}}$ die Abweichungen von Wasser- und Massenbilanzgleichung in Zelle \mathbf{n} sind. Kombiniert man die Gleichungen (8) und (9) zu einer Matrix für jede Zelle \mathbf{n} , erhält man:

$$\underline{\underline{C}}q_n + \underline{\underline{D}} = \underline{\underline{E}}_n \tag{10}$$

wobei \underline{C}_n eine Matrix mit bekannten Konzentrationen in Zelle **n** folgender Form ist:

$$\underline{C}_{n} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & -1 & -1 & \dots & -1 \\ C_{1n1} & C_{2n1} & \dots & C_{lnn1} & -C_{n1} & -C_{n1} & \dots & -C_{n1} \\ C_{1n2} & C_{2n2} & \dots & C_{lnn2} & -C_{n2} & -C_{n2} & \dots & -C_{n2} \\ \vdots & \vdots \\ C_{1nK} & C_{2nK} & \dots & C_{lnnK} & -C_{nK} & -C_{nK} & \dots & -C_{nK} \end{bmatrix} (K+1)*(In+Jn)$$
(11)

Die erste Zeile dieser Matrix drückt die Wasserbilanz aus, die anderen \mathbf{k} Zeilen stehen für die Massenbilanzen der \mathbf{k} verwendeten Tracer. Bei einem negativen Vorzeichen steht der Term für einen Abfluss.

 $\overline{C_{ink}}$ steht für den k-ten Tracer, der von Zelle i in Zelle n fließt. q_n ist der Vektor der unbekannten Flüsse durch die Grenzen der Zelle n:

$$\underline{q}_{n} = \left[\overline{q}_{1n}, \overline{q}_{2n}, \dots, \overline{q}_{Inn}, \overline{q}_{n1}, \overline{q}_{n2}, \dots, \overline{q}_{nJ_{n}}\right] (In + Jn)^{*1}$$
(12)

$$\underline{D}_{n} = \left[(\overline{Q}_{n} - \overline{W}_{n}), (\hat{C}_{n1}\overline{Q}_{n} - C_{n1}\overline{W}_{n}), (\hat{C}_{n2}\overline{Q}_{n} - C_{n2}\overline{W}_{n}), \dots, (\hat{C}_{nk}\overline{Q}_{n} - C_{nk}\overline{W}_{n}) \right] (K+1) * 1$$
(13)

(13) ist ein Vektor, der aus gemessenen und quantitativ bekannten Bestandteilen in Zelle **n** besteht (z.B. Pumpraten):

 $\underline{E_n}$ ist der Fehlervektor in Zelle **n**:

$$\underline{E} = [e_n, e_{n1}, e_{n2}, \dots, e_{nk}](1+K) * 1$$
(14)

Die gesamten Fließkomponenten im Aquifer können über die Minimierung der quadratischen Fehlersumme J bestimmt werden. Ähnlich wie in Adar (1984) erhält man durch Gleichung (7) und das Zusammenfügen der quadratischen Fehlersummen aller Zellen:

$$J = \sum_{n=1}^{N} \left[\underline{\underline{E}}_{n}^{\mathrm{T}} \underline{\underline{W}} \underline{\underline{E}}_{n} \right] = \sum_{n=1}^{N} \left[\left(\underline{\underline{\underline{C}}}_{n} q_{n} + \underline{\underline{D}}_{n} \right)^{\mathrm{T}} \underline{\underline{W}} \left(\underline{\underline{C}}_{n} q_{n} + \underline{\underline{D}}_{n} \right) \right]$$
(15)

 $\frac{W}{\text{der}}$ ist eine Diagonalmatrix, die gewichtete Werte der geschätzten Fehler der Bestandteile der Massenbilanzgleichungen beinhaltet.

Hier ist ()^T das Transponierte einer Matrix. Die Erklärung des Transponierten einer Matrix und einer Diagonalmatrix findet sich zum Beispiel in Papula (2001) auf den Seiten 6 und 7. Die Wichtungsmatrix \underline{W} beinhaltet auch die Annahme, inwieweit die einzelnen Tracer als konservativ zu betrachten sind, und den Grad der Genauigkeit bei der chemischen Analyse und bei der Isotopenanalyse. Die Lösung der Gleichung (15) für \mathbf{q}_n wird in einen linearen und nicht-linearen Teil geteilt und J kann durch einen von Wolfe (1967) entwickelten Algorithmus minimiert werden, um \mathbf{q}_n zu bestimmen.

4.1.3 Abschätzen der Transmissivitäten über Fließgrenzen

Die über die Zeit gemittelten Flüsse werden zur Bestimmung der Leitfähigkeit durch die Zellgrenzen hindurch verwendet. Die Leitfähigkeit ist die Fähigkeit einer aktiven Grenze eine Einheit Fluss pro Einheit hydraulischem Gradienten über die Grenze zu transportieren. Aus der Leitfähigkeit lässt sich die Transmissivität berechnen. Aus dem Gesetz von Darcy lässt sich, für den Fluss von Zelle i durch die Zellgrenze zur Zelle n, ableiten:

$$\overline{q}_{in} = T_{in}^* (\overline{h}_i - \overline{h}_n) \tag{16}$$

Tij* (=Tji*) ist die Leitfähigkeit an der Grenze zwischen den Zellen i und j, \overline{h} ist der Mittelwert des hydraulischen Potentials. Der Abfluss aus Zelle n in Zelle j ist:

$$\overline{q}_{nj} = T_{nj}^* (\overline{h}_n - \overline{h}_j) \tag{17}$$

Schreibt man Gleichung (16) und (17) für alle durchlässigen Grenzen eines aus mehreren Zellen bestehenden Systems, erhält man folgende Gleichung:

$$\underline{q} = \underline{\underline{h}}\underline{\underline{T}}^* \tag{18}$$

 $\underline{\underline{h}}$ ist die Diagonalmatrix der hydraulischen Potentialdifferenzen.

Die Potentialdifferenzen sind gegeben durch:

$$h_{\xi\eta} = \delta_{\xi\eta} (\overline{h}_i - \overline{h}_j) \tag{19}$$

Hier sind ξ , η =1, 2, 3,..., N_b und \underline{q} der Vektor der gelösten mittleren Flüsse über die durchlässigen Grenzen.

$$\underline{q} = \left[\overline{q}_{1}, \overline{q}_{2}, \overline{q}_{3}, ..., \overline{q}_{N_{b}}\right]_{N_{b} * 1}$$

$$(20)$$

 N_b steht für die Anzahl der durchlässigen Zellgrenzen im Aquifersystem. δ_{xh} ist das Kroneckerdelta, für durchlässige Grenzen ist x=h. (h_i - h_j) ist der gemittelte hydraulische Gradient, der den Abfluss von Zelle i in Zelle j steuert. Der Vektor der Leitfähigkeit \underline{T}^* ist gegeben durch:

$$\underline{T}^* = [T_1^*, T_2^*, T_3^*, \dots, T_{N_b}^*]_{N_b * 1}$$
(21)

Die Leitfähigkeit des Systems wird mit dem Gleichungsset gelöst, welches aus Gleichung (18) abgeleitet wird.

In einem Mixing-Cell-Modell eines Aquifers ersetzt die Leitfähigkeit (T^*) die Transmissivität (T), die in einem kontinuierlichen Modell verwendet wird. Zwischen T^* und T besteht folgende Beziehung:

$$\overline{q}_{in} = T_{in}^* (\overline{h}_i - \overline{h}_n) = T_{in} b_{in} \frac{\overline{h}_i - \overline{h}_n}{l_{in}}$$
(22)

wobei T_{in} die Transmissivität zwischen den Beobachtungsbrunnen i und n ist, die die typischen Eigenschaften ihrer Zelle repräsentieren. B_{in} ist die Länge der in-Grenze und l_{in} ist der Abstand zwischen den beiden Beobachtungsbrunnen i und n, senkrecht zur Grenze gemessen.

4.1.4 Bestimmung der Speicherkoeffizienten des Aquifers

Zur Bestimmung der Speicherkoeffizienten der einzelnen Zellen kann man die Daten über die zeitlichen Variationen der Grundwasseroberfläche während Δt verwenden. Es werden M Beobachtungen der Grundwasseroberfläche $\mathbf{h_n}^{(m)}$ während der Periode Δt (m=1, 2,..., M) durchgeführt. $\mathbf{h_n}^{(m)}$ steht für die Höhe der Grundwasseroberfläche in Zelle n zum Zeitpunkt m. In Anlehnung an die Gleichungen (16) und (17) kann man den Zu- und den Abfluss an den Zeitpunkten m folgendermaßen schreiben:

$$q_{in}^{(m)} = T_{in}^{*}(h_{i}^{(m)} - h_{n}^{(m)})$$
(23)

$$q_{nj}^{(m)} = T_{nj}^{*} (h_{n}^{(m)} - h_{j}^{(m)})$$
(24)

In Gleichung (23) und (24) ist T_{nj}^{*} bekannt, da die Leitfähigkeit schon ermittelt wurde. Setzt man nun (23) und (24) in Gleichung (1) ein und fasst die Gleichungen für alle **n** Zellen des Aquifers zusammen, erhält man ein Set linearer Gleichungen an den Zeitpunkten **m**:

$$\underline{\underline{S}}^* \frac{dh^{(m)}}{dt} + \underline{\underline{T}}^* \underline{\underline{h}}^{(m)} = \underline{\underline{R}}^{(m)}$$
(25)

 $\underline{\underline{S}}^*$ ist eine Diagonalmatrix der Speicherkoeffizienten der Zellen.

 \underline{T}^* ist die Matrix der Leitfähigkeiten.

 $\underline{h}^{(m)}$ ist der Vektor der Grundwasserspiegel der Zellen zum Zeitpunkt **m**, $\underline{R}^{(m)} = \underline{Q}^{(m)} - \underline{W}^{(m)}$ ist der Vektor der bekannten Quellen und Senken einer Zelle.

Gesucht wird S_n^* für jede Zelle **n** des Aquifers unter der Annahme, dass $h_n^{(m)}$, $R_n^{(m)}$ und T_{in}^* bekannt sind. Dafür wird Gleichung (25) in folgende Form überführt:

$$\underline{\underline{X}}^{(m)}\underline{\underline{S}}^* = \underline{\underline{Y}}^{(m)}$$
(26)

Hier ist $\underline{X}^{(m)}$ eine Diagonalmatrix:

$$X_{ij}^{(m)} = \delta_{ij} \frac{dh_{ij}^{(m)}}{dt} \qquad i,j=1,2,3,..,N$$
(27)

 $\underline{Y}^{(m)}$ ist der Vektor der bekannten Terme zum Zeitpunkt (m).

$$\underline{Y}^{(m)} = \left[\underline{R}^{(m)} - \underline{\underline{T}}^* \underline{\underline{h}}^{(m)}\right]_{N^*1}$$
(28)

 \underline{S}^* ist der Vektor der unbekannten Speicherkoeffizienten für alle Zellen **n** zum Zeitpunkt (**m**).

$$\underline{S}^{*} = \left[S_{1}^{*}, S_{2}^{*}, S_{3}^{*}, \dots, S_{N}^{*}\right]_{N \times 1}$$
(29)

Mit Hilfe des Gauss-Markov-Verfahrens (u.a. Bard 1974) erhält man aus (26) eine optimale Lösung von \underline{S}^* in der Form:

$$\underline{S}^* = \left[\underline{X}^T \underline{X}\right]^{-1} \underline{X}^T \underline{Y}$$
(30)

mit:

$$\underline{\underline{X}} = \begin{bmatrix} X^{(1)} \\ X^{(2)} \\ X^{(3)} \\ \dots \\ \dots \\ X^{(M)} \end{bmatrix}_{(N^*M)^*N}$$
(31)

$$\underline{Y} = \left[(\underline{R}^{(1)} - \underline{\underline{T}}^* \underline{\underline{h}}^{(1)}), (\underline{\underline{R}}^{(2)} - \underline{\underline{\underline{T}}}^* \underline{\underline{h}}^{(2)}), \dots, (\underline{\underline{R}}^{(M)} - \underline{\underline{\underline{T}}}^* \underline{\underline{h}}^{(M)}) \right]_{(N^*M)^{*_1}}$$
(32)

da $\underline{X}^{(m)}$ eine Diagonalmatrix, ist lässt sich ein neuer Ausdruck für S_n^* aus Gleichung (30) ableiten.

$$S_{n}^{*} = \frac{\sum_{m=1}^{M} \frac{dh_{n}^{(m)}}{dt} \left[R_{n}^{(m)} - \sum_{\eta=1}^{N} T_{n\eta}^{*} h_{\eta}^{(m)} \right]}{\sum_{m=1}^{M} \left[\frac{dh_{n}^{(m)}}{dt} \right]^{2}}$$
(33)

h=1, 2,..., N gibt die Anzahl aktiver Grenzen an.

Die Werte für $h_n^{(m)}$ und $dh_n^{(m)}/dt$ werden an diskreten Zeitpunkten (m=1,2,...,M) für jede Zelle n genommen.

4.2 Kombination von geogenen und radioaktiven Tracern in der Mixing-Cell-Modellierung

4.2.1 Aufstellen der neuen Gleichungen

Der Einbau von Zerfallstracern wurde auf Basis einer Modifikation des Ansatzes nach Adar (Kapitel 4.1) erarbeitet. Um Grundwasseraltersdaten gleichzeitig mit konservativen Tracern verwenden zu können, wurden vereinfachende Annahmen getroffen. Das System muss sich im stationären oder quasi-stationären Zustand befinden, d.h. weder die Flüsse zwischen den einzelnen Zellen und das in den einzelnen Zellen gespeicherte Wasservolumen noch die chemische und isotopische Zusammensetzung der beteiligten Wässer ändern sich. Zusätzlich gelten die gleichen Annahmen wie schon in Kapitel 4.1 für den Aquifer, damit gilt:

- 1. Alle Tracer sind konservativ, Reaktionen, Ablösung und Ausfällung können vernachlässigt werden. Die räumliche Änderung der Konzentrationen kommt nur durch Verdünnung und Mischung zustande. Tracer, die dem radioaktiven Zerfall unterliegen oder durch chemische Reaktionen oder biologische Prozesse abgebaut werden, können verwendet werden, solange die Zerfallsrate und die Abbaurate bekannt sind.
- 2. Zeitliche Schwankungen der Flüsse der einzelnen Zellen können durch Mittelwerte ausgedrückt werden, die sich auf einen Zeitraum beziehen, in dem die Grundwasseroberfläche als konstant oder als Mittel eines zyklischen Prozesses angenommen werden kann. Die Amplitude des hydraulischen Potentials kann sich an einem Beobachtungspunkt ändern, die Länge der zeitlichen Schwankungen muss gleich bleiben.
- 3. Der Tracertransport wird durch den advektiven Transport dominiert.
- 4. Die Tracerkonzentrationen in den Zellen unterliegen keiner zeitlichen Änderung.

Man kann daher Gleichung (4) verwenden, die quasi-stationäre Verhältnisse wieder gibt, wobei für die Werte immer Mittelwerte angenommen werden. Hier gilt:

$$\overline{Q_n} = Q_n \text{ und } \overline{W_n} = W_n$$

$$\overline{Q_n} - \overline{W_n} + \sum_{i=1}^{I_n} \overline{q_{in}} - \sum_{j=1}^{J_n} \overline{q_{nj}} = 0$$
(4)

In Gleichung (34) wird zusätzlich der radioaktive Zerfall beziehungsweise der Abbau eines Tracers berücksichtigt. Hier wurde angenommen, dass sich das System seit längerem in seinem aktuellen Zustand befindet und sich damit ein Gleichgewicht eingestellt hat. Die Grundidee dieser Formel ist, dass die Konzentration der Zuflüsse, bevor sie die betrachtete Zelle erreichen, schon deren mittlere Verweilzeit erreicht hat. Dadurch wird der Zerfallsterm nur für die Zuflüsse verwendet, die Abflüsse haben die der Zelle entsprechenden Konzentrationen, d.h. die Mischung aus den Konzentrationen der oberstromig liegenden Zellen gemäß ihrer Anteile, korrigiert, um den Zerfall der aus dem Aufenthalt (mittlere Verweilzeit) des Wassers in der entsprechenden Zelle herrührt. Die mittlere Verweilzeit einer Zelle berechnet sich mit Gleichung (35).

$$Q_{n}c_{Q_{nk}}\exp(-\lambda_{k}t_{n}) - W_{n}c_{nk} + \sum_{i=1}^{I_{n}}q_{in}c_{q_{ink}}\exp(-\lambda_{k}t_{n}) - \sum_{j=1}^{J_{n}}q_{nj}c_{nk} = 0$$
(34)

I_n und J_n bezeichnen die Anzahl der Sources beziehungsweise der Zellen, von denen ein Fluss in die n-te Zelle fließt, q_{in} und q_{nj} sind die Flüsse, die aus Source oder Zelle i in die Zelle n beziehungsweise aus der Zelle n in die Zelle j fließen. Q_n und W_n bezeichnen Quellen und Senken in der Zelle selbst, c_{qn} ist die zu Q_n gehörende Tracerkonzentration, c_n ist die Tracerkonzentration in der betrachteten Zelle n. Die Konzentration der einzelnen Zuflüsse q_{in} ist c_{qin}, exp steht für die Exponentialfunktion, λ_s steht für die Zerfallskonstante des Tracers (λ =0 bei nicht zerfallenden Tracern) und t_n ist die Zeit, in der Zerfall in der Zelle n stattfindet, und entspricht damit der mittleren Verweilzeit in einer Zelle.

$$t_{n} = \frac{V_{n}}{Q_{n} + \sum_{i=1}^{l_{n}} q_{in}}$$
(35)

Hier ist V_n das Wasservolumen einer Zelle.

Kombiniert man (34) und (35) erhält man:

$$Q_{n}c_{Q_{nk}}\exp(-\lambda_{k}\frac{V_{n}}{Q_{n}+\sum_{i=1}^{l_{n}}q_{in}})-W_{n}c_{nk}+\sum_{i=1}^{l_{n}}q_{in}c_{q_{ink}}\exp(-\lambda_{k}\frac{V_{n}}{Q_{n}+\sum_{i=1}^{l_{n}}q_{in}})-\sum_{j=1}^{J_{n}}q_{nj}c_{nk}=0$$
(36)

Zusätzlich kann noch ein Fehlerterm $\mathbf{e}_{\mathbf{nk}}$ in Gleichung (36) eingeführt werden, der für die Abweichung der Wasser- und Massenbilanz in Zelle **n** steht, man erhält Gleichung (37):

$$Q_{n}c_{Q_{nk}}\exp(-\lambda_{k}\frac{V_{n}}{Q_{n}+\sum_{i=1}^{I_{n}}q_{in}})-W_{n}c_{nk}+\sum_{i=1}^{I_{n}}q_{in}c_{q_{ink}}\exp(-\lambda_{k}\frac{V_{n}}{Q_{n}+\sum_{i=1}^{I_{n}}q_{in}})-\sum_{j=1}^{J_{n}}q_{nj}c_{nk}=e_{nk}$$
(37)

Mit den entwickelten Gleichungen (35) bis (37) ist es nun möglich, bei bekannten Flüssen in einem System die Tracerkonzentrationen eines abbaubaren oder radioaktiv zerfallenden Tracers zu modellieren, solange der Systeminput aus dem Niederschlag und über die Zuflüsse bekannt ist. Hierzu eignen sich die in Kapitel 3 genannten Datierungstracer ¹⁴Kohlenstoff und ⁸¹Krypton, da der Systeminput nahezu konstant ist beziehungsweise bei ¹⁴C nur in einem, zum Vergleich mit der Halbwertszeit, kurzen Zeitraum deutlich erhöht war. ⁸⁵Krypton, ³⁹Argon und die FCKWs sind nicht unbedingt für diese Formel geeignet, da sich ihre atmosphärischen Konzentrationen über die letzten Jahrzehnte stark verändert haben (Ekwurzel et al. 1994, Weiss et al. 1992 aus Cook und Solomon 1997). Die Tritium-Helium-Methode kann aufgrund ihrer Methodik nicht verwendet werden.

4.2.2 Lösungsweg für die inverse Modellierung

Um eine inverse Modellierung durchzuführen, müssen die Gleichungen aus dem Kapitel 4.2.1 in ein Gleichungssystem überführt werden. Kombiniert man nun die Wasserbilanzgleichung (8) mit Gleichung (37) zu einer Matrix für jede Zelle, erhält man Gleichung (38):

$$C_z q_n + \underline{D} = \underline{\underline{E}}_n \tag{38}$$

 C_z ist eine Matrix mit bekannten Konzentrationen der Form und ist Gleichung (39):

$$\underbrace{C_{2n}}_{=} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 & -1 & -1 & \dots & -1 \\ C_{1n1} \exp(-\lambda_1 \frac{V_n}{Q_n + \sum_{i=1}^{l_n} q_{in}}) & C_{2n1} \exp(-\lambda_2 \frac{V_n}{Q_n + \sum_{i=1}^{l_n} q_{in}}) & \dots & C_{lon1} \exp(-\lambda_1 \frac{V_n}{Q_n + \sum_{i=1}^{l_n} q_{in}}) & -C_{n1} & -C_{n1} & \dots & -C_{n1} \\ Q_n + \sum_{i=1}^{l_n} q_{in} & Q_n + \sum_{i=1}^{l_n} q_{in} & Q_n + \sum_{i=1}^{l_n} q_{in} \\ C_{1n2} \exp(-\lambda_2 \frac{V_n}{Q_n + \sum_{i=1}^{l_n} q_{in}}) & C_{2n2} \exp(-\lambda_2 \frac{V_n}{Q_n + \sum_{i=1}^{l_n} q_{in}}) & \dots & C_{lon2} \exp(-\lambda_2 \frac{V_n}{Q_n + \sum_{i=1}^{l_n} q_{in}}) & -C_{n2} & -C_{n2} & \dots & -C_{n2} \\ Q_n + \sum_{i=1}^{l_n} q_{in} & Q_n + \sum_{i=1}^{l_n} q_{in} & Q_n + \sum_{i=1}^{l_n} q_{in} & \dots & C_{lonK} \exp(-\lambda_k \frac{V_n}{Q_n + \sum_{i=1}^{l_n} q_{in}}) & -C_{nK} & -C_{nK} & \dots & -C_{nK} \end{bmatrix}$$

$$(K+1)*(In+Jn)$$

Die erste Zeile dieser Matrix drückt die Wasserbilanz aus, die anderen **k** Zeilen stehen für die Massenbilanzen der **k** verwendeten Tracer. Bei einem negativen Vorzeichen steht der Term für einen Abfluss. C_{ink} steht für den **k**-ten Tracer, der von Zelle **i** in Zelle **n** fließt, und λ_k steht für die Zerfallskonstante des **k-ten** Tracers, welche für nicht zerfallende Tracer bei 0 s⁻¹ liegt. q_n ist der Vektor der unbekannten Flüsse durch die Grenzen der Zelle **n**:

$$q_n = \left[\overline{q}_{1n}, \overline{q}_{2n}, \dots, \overline{q}_{nn}, \overline{q}_{n1}, \overline{q}_{n2}, \dots, \overline{q}_{nJ_n}\right] (In + Jn)^{*1}$$

$$\tag{12}$$

$$\underline{D}_{n} = \begin{bmatrix} (\overline{Q_{n}} - \overline{W_{n}}), (\hat{C}_{n1} \exp(\lambda_{n} \frac{V_{n}}{Q_{n}}), (\hat{Q}_{n2} \exp(\lambda_{n} \frac{V_{n}}{Q_{n}}), (\hat{C}_{n2} \exp(\lambda_{n} \frac{V_{n}}{Q_{n}}), (\hat{Q}_{n2} \exp(\lambda_{n} \frac{V_{n}}{Q_{n}}), (\hat{C}_{n2} \exp(\lambda_{n} \frac{V_{n}}{Q_{n}}), (\hat{Q}_{n2} \exp(\lambda_{n} \frac{V_{n}}{Q_{n}}), (\hat{Q}_{n2}$$

Dies ist Gleichung (39) und steht für einen Vektor bekannter Quellen und Senken in der Zelle \mathbf{n} (z.B. Pumpraten).

Der Fehlervektor für die Zelle n ist:

$$\underline{E} = [e_n, e_{n1}, e_{n2}, \dots, e_{nk}](1+K) * 1$$
(14)

4.3 Testrechnung für die erweiterte Gleichung

Um die modifizierte Gleichung zu Testen, wurden Daten von Adar et al. (1988) verwendet. Diese Daten entsprechen tatsächlich gemessenen Daten und wurden einem hypothetischen Aquifer zugeordnet, der für diesen Test auch aus Adar et al. (1988) übernommen wurde (Abbildung 1). Die einzelnen Zellen (Cell 1 bis Cell 4) erhalten Zuflüsse aus verschiedenen Sources (Q_1 bis Q_8), deren chemische Konzentrationen aus Tabelle 33 auf Seite 102 zu entnehmen sind. Adar et al. (1988) bestimmten die Größe der Zuflüsse Q_1 bis Q_8 wie in Kapitel 4.1.2 beschrieben.

In diesem Testfall wurde einfach eine normale Mischungsrechnung, mit den festgelegten Werten für die Zuflüsse (Tabelle 34, Seite 102), durchgeführt. Aus den Daten von Adar et al. (1988) waren die Größe der Zuflüsse aus den einzelnen Sources bekannt, die Flussmengen zwischen den Zellen konnten damit aus einfachen Wasserbilanzrechnungen bestimmt werden und sind in der gleichen Tabelle dargestellt. Mit den chemischen und isotopischen Daten, die sowohl für die Sources als auch für die Zellen vorlagen, konnte nun eine einfache Mischungsrechung mit Formel (36) durchgeführt werden. Die verwendeten Werte sind aus den Tabellen Tabelle 33 und Tabelle 34 zu entnehmen. Die Zerfallskonstante für die chemischen Tracer und die stabilen Isotope beträgt natürlich λ =0 s⁻¹. Wassermengen und andere Volumina wurden einheitslos verwendet. Es wurde nun schrittweise die Konzentration jeder Zelle berechnet, indem die Zuflussmengen mit ihren zugehörigen chemischen Konzentrationen untereinander vermischt wurden. Für die Zellen 2 bis 4 diente natürlich auch noch das Wasser aus der oberstromigen Zelle als Zufluss.

Diese Ergebnisse wurden dann mit den von Adar et al. (1988) gemessenen Werten verglichen, wobei eine Übereinstimmung erzielt wurde. Zusätzlich lieferten die für jede Zelle aufgestellten Massenbilanzgleichungen eine zusätzliche Kontrolle. Da sich das System in einem stationären Zustand befinden sollte, mussten die Massenbilanzen für jeden Stoff in jeder Zelle geschlossen sein. Dies traf für jeden einzelnen Stoff zu und somit konnten und können mit der entwickelten Gleichung Mischungsrechnungen für geogene Tracer und die verwendeten Isotope gerechnet werden.



Abbildung 1: Hypothetischer in Zellen unterteilter Testaquifer (verändert aus Adar et al. 1988)

Im Vordergrund stand aber nicht die Überprüfung der Rechnung mit nicht zerfallenden Stoffen, sondern die Verwendung eines Zerfallstracers. Hier wurde ¹⁴Kohlenstoff in die Berechnungen mit einbezogen und die Massenbilanzen der einzelnen Zellen dienten nur zur Überprüfung, da keine gemessenen Werte vorlagen. Eine geschlossene Massenbilanz sollte damit eine genügende, gute Aussage über die Qualität der entwickelten Formel liefern. Um damit rechnen zu können, wurde jeder Source eine ¹⁴C-Konzentration zugeordnet, die in allen Fällen als c=100 pMC (percent Modern Carbon) gesetzt wurde.

Zusätzlich wurde noch ein Zellvolumen benötigt, um daraus die mittlere Verweilzeit des Wassers in einer Zelle, und damit auch der Zeit, in der der Tracer zerfällt, bestimmen zu können. Das Volumen wurde so festgelegt, dass die daraus entstehenden Verweilzeiten eine Datierung mittels ¹⁴C zulassen. Für die Halbwertszeit von ¹⁴C wurde 5730 Jahre verwendet, woraus sich mit dem Zerfallsgesetz eine Zerfallskonstante von $\lambda=0,12097*10^{-3}$ s⁻¹ errechnen lässt. Die Massenbilanzgleichungen waren auch für die Datierung mit ¹⁴C geschlossen, so dass auch hier genauso viel Tracermenge in eine Zelle eingetragen wird, wie durch das Weiterfließen und den Zerfall aus einer Zelle verschwindet.

Zur Überprüfung dienten die chemischen Zellkonzentrationen und eine für jede Zelle aufgestellte Massenbilanz, welche Null ergeben musste, da sich das System in einem stationären Zustand befinden sollte. Die Massenbilanzen wurden mit Gleichung (34) (Abschnitt 4.2.1) berechnet. Die verwendeten Werte sind aus Tabelle 33 und Tabelle 34 (Anhang, Seite 102) zu entnehmen. Die Zerfallskonstante für die chemischen Tracer und die stabilen Isotope beträgt natürlich $\lambda=0s^{-1}$. Zusätzlich wurde noch ¹⁴C in die Berechnungen mit einbezogen, hier dienten nur die Massenbilanzen der einzelnen Zellen als Überprüfung. Um damit rechnen zu können, wurde jeder Source eine ¹⁴C-Konzentration zugeordnet, die in allen Fällen als c=100 pMC gesetzt wurde. Auch wurde ein Zellvolumen benötigt, um daraus die mittlere Verweilzeit des Tracers bestimmen zu können. Das Volumen wurde so festgelegt, dass die daraus entstehenden Verweilzeiten eine Datierung mittels ¹⁴C zulassen (Tabelle 33). Für die Halbwertszeit von ¹⁴C wurde 5730 Jahre verwendet. Die Flüsse zwischen den einzelnen Zellen wurden durch das Lösen der Wasserbilanz errechnet. Somit ist festzustellen, dass die um den radioaktiven Zerfall Formel physikalisch richtig ist und sich für den ergänzte Zweck der Mischungszellenmodellierung verwenden lässt.

5 Untersuchungsgebiet

5.1 Lage

Als Untersuchungsgebiet wurde aufgrund der Datenverfügbarkeit und der geologischen und hydrologischen Situation das Dünengebiet südlich des Unteren Kuiseb gewählt. Der Kuiseb liegt in Namibia. Das untersuchte Gebiet befindet sich in der Wüste Namib und hat die Form eines Dreiecks, die nördliche Begrenzung wird durch den Kuiseb gebildet und die südliche Begrenzung entspricht ungefähr der Linie Gobabeb-Anichab. Gobabeb liegt direkt am Kuiseb, während Anichab an der Sandwich Bucht am Atlantischen Ozean liegt. Die Küstenebene wird nicht mehr zum Untersuchungsgebiet gerechnet, die westliche Grenze wird durch Rooibank definiert und liegt auf 14,6500° Ost und die östliche Grenze des Untersuchungsgebietes wird durch Gobabeb definiert und liegt auf 14,9667° Ost.

Gobabeb	Rooibank
14,9667° Ost	14,6500° Ost
23,5000° Süd	23,1833° Süd

Tabelle 1: Koordinaten von Gobabeb und Rooibank

Das Grundwassersystem, welches mit dem Kuiseb in Verbindung steht, ist für die Küstenregion in der Mitte Namibias äußerst wichtig. Hiermit werden vor allem die beiden großen Küstenstädte Walvis Bay und Swakopmund, die Uranmine Rössing, die dazugehörende Stadt Arandis und weitere Siedlungen in diesem Gebiet mit Trink- und Brauchwasser versorgt (Schmidt und Plöthner 1999).

5.2 Physiographie des Kuiseb

Der Kuiseb ist ein ephemerer Fluss mit einer Länge von 560 km und einem Einzugsgebiet von 14700 km². Davon tragen nur ungefähr 9000 km² zu Abflussbildung bei, während der Rest des Einzugsgebietes eine Wüstenebene ist (Hattle 1985). Er entspringt westlich von Windhoek im Khomashochland auf einer Höhe von annähernd 2000 m und durchquert die Wüste Namib von Ost nach West, um in der Nähe der Stadt Walvis Bay in den Atlantik zu münden. Im Oberen Bereich seines Einzugsgebietes hat sich der Kuiseb ein gewundenes Tal geformt, die dominierenden Gesteine sind hier Schiefer und Quarzite. Nachdem der Fluss das so genannte "Great Escarpment" passiert hat, eine Geländestufe, welche das Inlandsplateau von der Küstenebene trennt, hat er einen tiefen Canyon erodiert. Der Canyon ist im Schnitt 20 m breit und bis zu 200 m tief. Durch das starke Gefälle von durchschnittlich 0,0034 m/m fließt der Kuiseb in seinem oberen Einzugsgebiet häufig direkt auf dem Grundgestein. Ungefähr 80 km flussaufwärts von Gobabeb öffnet sich der Canyon und weitet sich aus, unterhalb von Gobabeb ist die Flutebene des Kuiseb bis zu 1000 m breit. Ungefähr 20 km von der Küste entfernt wird das Bett des Kuiseb durch Dünen, die den Fluss überqueren, diffus (Jacobson 1997).

5.3 Klima

Das Klima im Untersuchungsgebiet gilt als hyperarid, die Niederschlagshöhe liegt in Gobabeb unter 25 mm/a und nimmt zur Küste hin auf 14 mm/a ab. Die kalte Benguela Meeresströmung prägt die Wetterverhältnisse in der Namib Wüste. Die Namib wird als temperierte Wüste definiert, mit einer Jahresmitteltemperatur von unter 18 °C. Die kalte Meeresluft ersetzt die warme Luft über der Wüste, die durch die Sonneneinstrahlung auf die Landoberfläche entsteht. Dadurch lassen sich die vorherrschenden Seewinde erklären. Die tägliche Minimaltemperatur liegt zwischen 9 und 10 °C im August, dem kältesten Monat in der Namib. Die mittlere tägliche Maximaltemperatur liegt im Januar, dem wärmsten Monat, bei unter 31 °C im Deltagebiet und bei 33 bis 34 °C südöstlich von Swartbank. Gewöhnlich sind die Nächte in der Namib kalt, die Temperaturen fallen am Ende der Nacht bis unter 0 °C. An der Küste kommt häufig Nebel vor, der sich bis zu 100 km in das Landesinnere ausbreiten kann. Der mittlere jährliche Nebelniederschlag beträgt in Rooibank, 25 km landeinwärts, 80 mm und in Gobabeb 31 mm. Während der Wintermonate gibt es Phasen, in denen die Winde aus Osten kommen. Sie wehen die große Geländestufe in die Wüste hinab und lösen dort Sandstürme aus, wodurch Schluff in das Gerinnebett des Kuiseb geweht werden kann (Kalinki und Muinjo 1998).

Laut Shanyengana (1997) lag der Niederschlag in Gobabeb von 1962 bis 1996 zwischen 2,0 und 115,1 mm/a. Der Niederschlag verteilt sich zu 77% auf das Sommerhalbjahr und zu 23% auf das Winterhalbjahr.



Abbildung 2: Niederschlags- und Höhenverteilung im Kuisebeinzugsgebiet, Namibia

Im gesamten Kuiseb Einzugsgebiet sieht die Niederschlagsverteilung etwas anders aus als im Untersuchungsgebiet. Die Niederschläge nehmen von Gobabeb aus in das Landesinnere immer weiter zu. Im Khomashochland beträgt das langfristige Jahresmittel des Niederschlags ca. 360 mm/a. Dieser Wert stützt sich auf Niederschlagsbeobachtungen aus Windhoek seit 1891 (Schmidt und Plöthner 1999). Die Niederschläge stammen aus Überbleibseln feuchter Luftmassen, die vom Indischen Ozean über das südliche Afrika hinwegziehen.

5.4 Abfluss im Kuiseb

Abflussereignisse im Kuiseb stehen in direkter Verbindung mit den Niederschlagsereignissen Einzugsgebiet. im Hier sind vor allem die Niederschlagsintensität und die Lage der Niederschlagsfelder entscheidend. Die Niederschläge können Flash-Floods auslösen, doch sind die Abflussereignisse meist klein und gelangen nur in günstigen Jahren bis Rooibank, ehe sie im Flussbett versickern. Im Abstand von Jahrzehnten erreicht ein Abflussereignis auch den Atlantischen Ozean.

Die Abflussereignisse werden hauptsächlich im östlichen Teil des Kuisebeinzugsgebietes gebildet und tragen über Transmission Losses zur Auffrischung der Grundwasserreserven unter der Wüste Namib bei. Die Niederschläge im Küstenbereich (Nebel und seltene Regenfälle), haben aufgrund der hohen potentiellen Verdunstung keinen Anteil an der Grundwasserneubildung, sie dienen nur zur Versorgung der angepassten Flora und Fauna (Schmidt und Plöthner 1999).

5.5 Geologie

In der Wüste Namib liegt präkambrisches Grundgestein aus Graniten, Gneisen und Schiefern vor. Diese Schicht wird von den tertiären und quartären Ablagerungen durch eine Diskordanz getrennt, welche in der spätkreidezeitlichen Erosionsphase entstanden ist. Man kann in der ganzen zentralen Namib Aufschlüsse der präkambrischen Gesteine finden. Die ältesten tertiären Gesteine gehören zur Tsondab-Sandstein-Formation, die unter dem größten Teil der zentralen Namib südlich des Kuiseb liegt und unter ariden Bedingungen abgelagert wurde. Das Alter dieser Sandsteine liegt zwischen 20*10⁶ und 50*10⁶ Jahre. Nördlich des Kuiseb wird die Namib von alluvialen Sedimenten aus dem frühen Miozän überlagert, dies lässt auf ein damaliges feuchteres Klima schließen (AIN 1999).

5.5.1 Geologie des Dünengebietes südlich des Kuiseb

Südlich des Kuiseb befindet sich die Sandwüste der Namib, die aus einem Dünenfeld besteht, welches sich vom Atlantik bis zu 100 km landeinwärts erstreckt und sich von Lüderitz im Süden bis kurz vor Walvis Bay im Norden ausdehnt (Shanyengana 1997). Damit befindet sich auch das Untersuchungsgebiet unter der Sandwüste der Namib. Es wurden mehrere Studien über die Geologie des Dünengebietes des Kuiseb durchgeführt (BGR 1994, BGR 1999). So wurden neben dem Tsondab-Sandstein und dem präkambrischen Grundgestein auch fossile Flussläufe des Kuiseb (Paleochannel) identifiziert. Die fossilen Flusstäler werden von einer bis zu 100 m mächtigen Dünensandschicht bedeckt. Sie sind sowohl in den Tsondab-Sandstein als auch in das kristalline Grundgestein eingeschnitten. Die fossilen Flusstäler sind zwischen 20 und 65 km lang, zwischen 0,5 und 5 km breit und bestehen aus einer 40 bis 90 m mächtigen Schicht aus kalkhaltigen schluffigen Feinsanden, punktuell können es auch mittel- bis grobkörnige Sande sein. Es wurden insgesamt fünf verschiedene fossile Flusstäler identifiziert (BGR 1999). Punktuell kann das Flutwasser des Kuiseb in die Paleochannels übertreten (Schmidt und Plöthner 1999). Zwischen Gobabeb und Rooibank finden sich solche potentiellen Eintrittskanäle, die im Rahmen einer hydrogeologischen Untersuchung kartiert wurden (Sengpiel und Siemon 1995 und 1997). Laut BGR (1994) wurde festgestellt, dass der Tsondab-Sandstein häufig kein Grundwasser speichert.

Aus verschiedenen Pumpversuchen ergaben sich folgende Transmissivitäten für die verschiedenen geologischen Einheiten im Dünengebiet südlich des Kuiseb (Schmidt und Plöthner 1999):

_	Sedimente in den fossilen Flusstälern:	6 m²/d
_	Sedimente im fossilen Flusstal Nr. 5:	2-5 m ² /d
_	Tsondab-Sandstein:	$4 \text{ m}^2/\text{d}$
_	Grundgestein:	$0.03 \text{ m}^2/\text{d}$

5.5.2 Der alluviale Aquifer des Unteren Kuiseb

Es existieren unter dem Kuiseb zwei verschiedene Aquifere mit unterschiedlicher Wasserqualität. Ein Süßwasseraquifer überlagert einen Grundwasserleiter mit deutlich salzigerem Wasser. Die Abgrenzung zwischen beiden Aquiferen ist an manchen Stellen stark ausgeprägt und an anderen durch eine Mischungszone ersetzt. Sowohl die Grundwasserqualität als auch die Mächtigkeit des Süßwasseraquifers variieren auf der Länge des Unteren Kuiseb. Die Mächtigkeit des Aquifers beträgt zwischen 3 und 15 m, wobei die Porosität bei 35%, die mittlere Breite des Alluviums bei 150 m und die Mächtigkeit der gesättigten Schicht im Mittel bei 10 m liegt (AIN 1999). Der Aquifer setzt sich aus alluvialem Material zusammen, welches in einem tief eingeschnittenen Kanal abgelagert ist, der in einer früheren Phase erodiert wurde und in einer späteren Phase wieder aufgefüllt wurde. Die Mächtigkeit des Alluviums kann bis zu 50 m erreichen und das Grundwasser steht meist innerhalb 5 m zur Oberfläche an (DWA 1987).

5.5.3 Geologie der Schotterebene nördlich des Unteren Kuiseb

Diese Schotterebene besteht aus einer durch Erosion geprägten Oberfläche, die von einer geringmächtigen Schicht aus grobkörnigen Sanden und Kiesen bedeckt ist. Darunter befindet sich kalkhaltiges und gipshaltiges flach anstehendes metamorphes Grundgestein oder Grundgestein aus Granit (Shanyengana 1997).

5.6 Vegetation

Auf ungefähr 150 km zwischen Harubes und Rooibank wird eine dichte Waldvegetation durch den Kuiseb unterstützt (DWA 1987). Diese Wälder, die nur entlang des Unteren Kuiseb auftreten, sind eindeutig von den Flutereignissen und dem unterirdischen Wasserfluss im Wadialluvium abhängig. Das Wadi des Kuiseb wird als lineare Oase oder grüner Gürtel bezeichnet und stellt eine wichtige Wanderroute für Fauna und Flora dar (Kalinki und Muinjo 1998). Die vorherrschende Vegetation sind Acacia albida (Anna boom), A. erioloba (Camel Thorn), Tamarix usneoides (Wilde Tamariske), Euclea pseudebenus (Ebenholzbaum), Salvadora persica (Mustard tree), Acanthosicyos horrida (Wüstenmelone) und Ficus sycomorus (Maulbeerfeige) (DWA 1987, Kalinki und Muinjo 1998). Unterhalb von Rooibank verschwindet die Baumvegetation fast vollständig aus dem Flusstal. Es gibt Berichte über einen Rückgang der Vegetation in den letzten Jahren, was auf den sinkenden Grundwasserspiegel, durch die intensive Nutzung im Unteren Kuiseb, zurückgeführt wird. Zusätzlich kann aber auch die Überweidung durch Ziegen zum Rückgang der Vegetation beigetragen haben (Kalinki und Muinjo 1998).

Im eigentlichen Untersuchungsgebiet, den Dünenfeldern am Unteren Kuiseb, wachsen nur wenige, vom Nebel abhängige Pflanzenformen. Hier sind Stipagrostis Sabulicola (Wüstengras) und Trianthema hereroensis zu nennen. In der Schotterebene nördlich des Kuiseb wachsen vor allem Gräser, vereinzelt kommt auch Welwitschia mirabilis (Welwitschiapflanze) vor (Shanyengana 1997).

5.7 Datengrundlage

Die verwendeten Daten basieren auf mehreren Veröffentlichungen. Die Daten für die verschiedenen Sources, sprich Flutwasser und die Wässer aus dem Granit, stammen aus der Arbeit von Schmitz (2004). Die ¹⁴C-Werte sind aus verschiedenen Studien zusammengetragen worden und wurden von Geyh (BGR 1994) interpretiert. Einige der Proben stammen aus Studien des CSIR zwischen 1967 und 1977 (Heaton et al. 1981, Vogel und Urk 1975 und Vogel et al. 1982). Plöthner (1995 und 1998) fasste diese Daten teilweise zusammen. Die hydrochemischen Untersuchungen wurden von dem DWA (Department of Water Affairs, Namibia) und der BGR (Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe) durchgeführt und sind durch Plöthner (1995) verfügbar.

6 Clusteranalyse und Konzeption des Grundwassersystems

6.1 Clusteranalyse

Um ein Mixing-Cell-Modell für einen Teil des zum Kuiseb gehörenden Aquifers zu entwickeln, muss der Aquifer durch die vorhandenen Daten in verschiedene Zellen und Sources unterteilt werden. Die vorhandenen Daten wurden aufgrund der Verfügbarkeit chemischer und isotopischer Daten in zwei verschiedene Sets unterteilt, ein großer Teil aller Brunnenbeprobungen wurde überhaupt nicht verwendet. Für jedes Set sind Brunnennummer, Probejahr, die Koordinaten, Geländehöhe, Wasserspiegelhöhe und Mächtigkeit des wassergefüllten Aquiferanteils der einzelnen Proben gegeben. Für Set 1 (Tabelle 31, Seite 101), welches nach strengeren Kriterien ausgewählt wurde und somit nur aus 13 Brunnen besteht, stehen ¹⁴C-Werte und chemische Analysen von Nitrat (NO₃), Magnesium (Mg), Kalium (K), Silikat (Si), Natrium (Na), Calcium (Ca), Chlorid (Cl), Fluorid (F), Sulfat (SO₄), TDS (Total Dissolved Solids), Alkalinität und PH-Wert zur Verfügung. Für Set 2 stehen deutlich weniger chemische Analysen zur Verfügung, dadurch wird die Anzahl der Brunnen auf 30 erhöht. Es stehen die Konzentrationen von ¹⁴C, NO₃, SO4 und TDS zur Verfügung. Lagen für einen Brunnen mehrere Beprobungen vor, wurden Mittelwerte verwendet. Dies war nur für einige der ¹⁴C-Werte der Fall. Zuerst wurde mit beiden Datensets gearbeitet. Nach der Grundwassermodellierung (Abschnitt 7.1, Seite 39) wurde erkannt, dass die Datengrundlage des zweiten Sets, vor allem in Bezug auf hydrochemische Daten, nicht ausreichend ist, um eine gute Mischungszellenmodellierung durchzuführen.

Mit den so bearbeiteten Daten wurden mit dem Statistikprogramm PAST (Hammer et al. 2001) Clusteranalysen für verschiedene Kombinationen von Wasserinhaltsstoffen durchgeführt. Es wurde die Ward-Methode gewählt. Bei dieser Methode wird versucht, die quadratische Summe zwischen zwei hypothetisch formbaren Clustern zu minimieren. Genaueres findet sich bei Ward (1963). Im Allgemeinen wird diese Methode als sehr effizient betrachtet, wobei sie dazu tendiert, kleine Cluster zu kreieren. Es wurden für 17 verschiedene Kombinationen von Wasserinhaltsstoffen Clusteranalysen durchgeführt (Ergebnisse in Tabelle 32, Seite 101). Der Zusammenhang zwischen einzelnen Brunnen wird über die Similarity angegeben. Als Kriterium für diese Anwendung wurde eine Similarity von -250 gewählt. Liegt die Similarity zwischen 0 und -250, besteht ein so starker Zusammenhang zwischen den einzelnen Brunnen, dass sie im gleichen Cluster zusammengefasst werden. Ist die Similarity kleiner als -250, wird der Zusammenhang nicht mehr als ausreichend betrachtet, um die Brunnen in einer gemeinsamen Zelle beziehungsweise in einem Cluster zusammenzufassen. In Abbildung 3 ist der Zusammenhang der einzelnen Brunnen bei Verwendung von Chlorid, Natrium und Kalium für die Clusteranalyse dargestellt.

Hieraus lässt sich die Einteilung des Datensets in zwei unterschiedliche Cluster durchführen. Sowohl durch die Verwendung von Kalium, Chlorid und ¹⁴C (Abbildung 4) zur Clusteranalyse als auch durch Kalium, Sulfat, Chlorid und ¹⁴C (Abbildung 5) erhält man die gleiche Einteilung der Cluster, obwohl leichte Unterschiede im Zusammenhang zwischen den einzelnen Brunnen feststellbar sind. Insgesamt ergeben zehn der 17 verschiedenen Clusteranalysen die gleiche Clustereinteilung. Drei Varianten ergeben für den gewählten Grenzwert der Similarity keine unterschiedlichen Cluster und die restlichen

Varianten zeigen nur kleine Unterschiede zu den in den Grafiken gezeigten Analysen. Zur weiteren Arbeit wurden die Ergebnisse der in Abbildung 4 und Abbildung 5 dargestellten Clusteranalysen verwendet, da sich die dort verwendeten Tracer als für das Gebiet am besten geeignet erwiesen. Es muss darauf hingewiesen werden, dass die einzelnen Beprobungen der Brunnen sich über einen längeren Zeitraum erstreckten, der in den 1960er Jahren begannt und Mitte der 1990er Jahren endete. Für die Durchführung einer Modellierung sollten, soweit verfügbar, die Analysen einer einzelnen Kampagne verwendet werden. Trotzdem sollte es möglich sein, mit diesen Daten zu arbeiten, da sich die Hydrochemie in diesem Zeitraum nur wenig bis gering geändert haben wird. Mit Hilfe der Clusteranalyse und der Einbeziehung der räumlichen Lage der einzelnen Zellen kann das Grundwassersystem in verschiedene Zellen eingeteilt werden.



Abbildung 3: Clusteranalyse nach Ward mit Cl, Na, K



Abbildung 4: Clusteranalyse nach Ward mit K, Cl und ¹⁴C



Abbildung 5: Clusteranalyse nach Ward mit K, Cl, SO₄ und ¹⁴C

6.2 Konzeption des Grundwassersystems

Es wurde eine hydrogeologische Karte des Untersuchungsgebietes (BGR, Karte 1995, Ausschnitt in Abbildung 6) eingescannt, georeferenziert und in ArcView eingelesen. Die Koordinaten der im Set 1 verwendeten Brunnen wurden zusammen mit weiteren Brunnendaten eingelesen und auf der Karte dargestellt. Die aus der Clusteranalyse erhaltenen Klassen wurden farblich unterschiedlich dargestellt, auf der Basis einer Clusterung aufgrund von Cl, K und Na beziehungsweise Cl, K und ¹⁴C. Daraufhin wurden auf Grundlage der Clusteranalyse und zusätzlich durch räumliche und weitere hydrochemische Betrachtungen (TDS, Mg- und Si-Gehalt) die Zellen für die Modellierung eingeteilt.

Größtenteils werden die einzelnen Zellen durch einen einzigen Brunnen repräsentiert. Eine Ausnahme hierbei bilden die Zellen 3 und 4, die durch zwei beziehungsweise drei Brunnen repräsentiert werden. Bei den Brunnen 7871 und 7869 fällt ins Auge, dass sich diese, trotz Einordnung in dasselbe Cluster und ihrer räumlichen Nähe, nicht in der gleichen Zelle befinden. Dies wurde aufgrund der zusätzlichen chemischen Betrachtungen durch Schöllerdiagramme der Zellen so entschieden, da diese beiden Brunnen zwar in einem Großteil der Clusteranalysen der gleichen Klasse zugeordnet werden, aber aufgrund der Unterschiede bei den Ionen Ca, Cl, Mg und Si nicht das gleiche Wasser repräsentieren können. Die so entstandene Zelleinteilung ist in Abbildung 6 zu sehen und musste während der Modellierung nicht mehr verändert werden.



Abbildung 6: Räumliche Lage der Brunnen im Untersuchungsgebiet und ihre Einteilung in Zellen. Karte nach BGR 1995 (verändert)

Danach wurde ein erstes Fließsystem zwischen den einzelnen Zellen definiert. Zusätzlich wurden die Sources, also die möglichen Zuflüsse ins System und zu den einzelnen Zellen, definiert. Hierzu wurden ein sehr salziges Grundwasser aus dem Granit (nördlich des Kuiseb), eine Grundwasserbeprobung aus Gobabeb (südlich der Karte), eine Grundwasserbeprobung aus Swartbank und ein Durchschnittswert für die Flash-Floods im Kuiseb verwendet. Dazu wurde die Beprobungen zweier Flutereignisse in Gobabeb verwendet, für die mehrere Proben während des Abflussereignisses genommen wurden. Die chemischen Daten dieser vier Sources stammen aus Schmitz (2004) und sind im Anhang dargestellt (Tabelle 26 bis Tabelle 30, Seite 99ff.). Für diese Ereignisse wurde aus den einzelnen Beprobungen ein Mittelwert berechnet, wobei die Proben, in denen der Spüleffekt am Anfang des Ereignisses eine Rolle spielte, unberücksichtigt blieben. So gab es für das System vier verschiedene Sources, wobei das Grundwasser aus Swartbank nicht als potentielle Quelle für die Zellen 1 und 2 behandelt wurde und das Grundwasser aus Gobabeb zwar in die Modellierung einiger weiterer Zellen einbezogen wurde, dort aber als insignifikant bestimmt wurde. Das Fließsystem wurde dann durch verschiedene hydrochemische Betrachtungen und einzelne Massenbilanzrechnungen für verschiedene Zellen modifiziert. Das anfänglich linear aufgebaute und mit verschiedenen Zweigen versehene System ergab keine plausiblen Ergebnisse. Eine deutlich bessere Möglichkeit zum Aufbau des Fließsystems ergab sich durch die Aufteilung in zwei verschiedene Grundwasserstockwerke, die durch die Clusteranalyse schon vorgegeben war und sich durch die Betrachtung der TDS bestätige. So wurden die Zellen, die durch einen blauen Brunnen markiert sind und allgemein eine niedrige TDS aufweisen, als im oberen Aquifer liegend angesehen und die roten Brunnen mit relativ hohen TDS-Werten als im unteren Aquifer liegend. Die Einteilung der verschiedenen Cluster in Brunnen, die in den Paleochannels liegen, und in Brunnen, die im Tsondab-Sandstein liegen, wurde in Erwägung gezogen, da aber das zu Grunde liegende Kartenmaterial als gut genug angesehen wird, kann dies ausgeschlossen werden (BGR, Karte 1995). Dies schließt nicht aus, dass darunter weitere Grundwasserleiter liegen, die mit dem betrachteten System in Kontakt stehen. Allerdings liegt davon keine Probe vor.

6.3 Beurteilung des Verdunstungseffekts durch Pflanzen im Alluvium

Eine parallel laufende Arbeit am Institut für Hydrologie in Freiburg beschäftigt sich mit dem Effekt der Galeriewälder auf die Grundwassermenge im Wadialluvium. Um auszuschließen, dass die verwendete Source Flutwasser dadurch in einer nicht plausiblen chemischen Zusammensetzung in das Modell eingeht, wurde mittels AquaChem für das Flutwasser eine Verdunstung simuliert. Das Programm berücksichtigt auch die Ausfällung von Stoffen bei ausreichender Konzentration. Diese Ergebnisse wurden mit den Zellen verglichen, keine der Verdunstungsstufen (z.B. 90% verbliebenes Wasser) entsprach von der chemischen Zusammensetzung einer Zelle. Es wurde zusätzlich für die Zelle 4, deren Brunnen nahe am oder im Alluvium sind, eine Mischungszellenmodellierung mit verschiedenen Verdunstungsstufen durchgeführt. Mit keiner Verdunstungsstufe konnte ein auch nur annähernd so gutes Ergebnis wie unter Verwendung von Flutwasser als Source erreicht werden. Daher muss die chemische Zusammensetzung des Flutwassers nicht aufgrund der Verdunstung korrigiert werden und kann in das Modell übernommen werden.

7 Modellierung des Grundwassersystems im Kuiseb-Dünengebiet

7.1 Inverse Mixing-Cell-Modellierung einzelner Zellen mit geogenen Tracern

Die Modellierung wurde mit dem MIG - Mixing Cell Input Generator (Adar und Külls durchgeführt. Computerprogramm, 2002) einem das extra für die Mischungszellenmodellierung entwickelt wurde. Der Ansatz und die dazu verwendeten Gleichungen sind im Kapitel 4.1 beschrieben. Mit diesem Programm wurden die verschiedenen Zuflüsse in die einzelne Zelle berechnet. Es wurden verschiedene Varianten der möglichen Zuflüsse, bestehend aus Sources und Zuflüssen aus anderen Zellen, mit verschiedenen Kombinationen von Tracern verwendet. Diese Berechnungen wurden für jede Zelle durchgeführt, danach wurden das Fließsystem an die erhaltenen Ergebnisse angepasst und mehrere Zellen gleichzeitig modelliert. Bei der Modellierung der einzelnen Zellen wurde nicht nur auf eine möglichst genaue Modellierung der einzelnen Zellen Wert gelegt, sondern es wurde auch darauf geachtet, am Ende der Modellierung aller Zellen für eine bestimmte Tracerkombination eine möglichst gute Modellierung für jede Zelle zu erreichen, damit man schließlich mehrere Zellen gemeinsam modellieren konnte. Für die Modellierung einer einzelnen Zelle musste jeweils noch eine zusätzliche zweite Zelle künstlich geschaffen werden, die chemisch identisch mit der zu modellierenden Zelle war und als einzigen Zufluss den Abfluss der betrachteten Zelle erhielt. Während der Modellierung ergab sich das Problem, dass der MIG zuerst keine Ergebnisse liefern konnte. Dies wurde umgangen, indem für die jeweils letzte Zelle eines Systems- beim Modellieren einer einzelnen Zelle die zugefügte künstliche Zelle und bei mehreren modellierten Zellen jeweils die letzte Zelle im System- eine Pumprate willkürlich hinzugefügt wurde. Die zugefügte Pumprate hatte keinen Einfluss auf die Werte im System, da nicht mit Beträgen der Wasserströme gerechnet wurde, denn diese standen nicht zur Verfügung, sondern mit Prozentsätzen. Bei der Modellierung wurde jeder Tracer gleich gewichtet und für das mathematische Lösungsverfahren wurde ein Maximum von 500 Iterationsschritten gewählt, die aber nie vollständig ausgeschöpft wurden. Die Verwendung des Tracers Chlorid in praktisch jeder Modellierung liegt darin begründet, dass Chlorid sich während aller Modellvarianten als Tracer mit den geringsten Schwierigkeiten erwies, daher wurde beschlossen, Chlorid möglichst häufig zu verwenden. Bei der Modellierung lassen sich mit n Tracern n+1 Zuflüsse in die Zelle bestimmen (u.a. Adar 1996), da für jeden Tracer eine Massenbilanzgleichung zur Verfügung steht und zusätzlich noch die Wasserbilanzgleichung aufgestellt wird. Dies ist das gleiche Prinzip, welches bei der Ganglinienseparation verwendet wird. Teilweise wurde auch mit mehr Tracern als nötig gerechnet, da dies laut Woolhiser (1985) die Genauigkeit der Mischungszellenmodellierung erhöht. Werden mehrere Zellen gleichzeitig modelliert, bestimmt die Zelle mit der größten Anzahl an Zuflüssen die Anzahl der benötigten Tracer.

7.1.1 Modellierung der Zelle 1

Die Zelle 1 wird durch den Brunnen 21898 repräsentiert. Sie ist die südlichste Zelle im System und wurde dem zweiten Grundwasserstockwerk zugeordnet. Der Brunnen liegt auf 350 m über Meeresniveau, zum Zeitpunkt der Beprobung (1977) lag der Grundwasserspiegel 39 m unter der Geländeoberkante. Als potentielle Sources wurden das Wasser der Floods aus dem Kuiseb und Grundwasser aus dem nördlich des Kuiseb gelegenen Granitgebiet gesehen, welches durch das Grundwasser aus Gobabeb und eine Probe sehr salzigen Grundwassers repräsentiert wird. Eine Mischungsrechung mit der Eingabe von drei verschiedenen Sources, dem Grundwasser aus Gobabab, den Floods und dem salzigen Wasser aus dem Granit, mit den Tracern Sulfat, Chlorid, Calcium, Natrium und Kalium ergab, dass das salzige Wasser aus dem Granit keinen Beitrag zur Zelle 1 leistet. Es wurde ein Beitrag von 73,1% für die Flash-Floods und ein Beitrag von 26,9% für das Grundwasser aus Gobabeb ermittelt. Der Fehler in der Massenbilanz des Wassers war mit 6,96% ein zufriedenstellendes Ergebnis. Die Fehler in der Massenbilanz der Tracer waren deutlich zu hoch. Im nächsten Schritt wurden die Tracer Natrium und Calcium zu einem Tracer zusammengefasst, um eventuelle Austauschreaktionen zu berücksichtigen, es wurde weiterhin mit den drei potentiellen Sources gerechnet. Auch hier konnte ein Beitrag des salzigen Granitwassers aus Gobabeb mit 24,4% lagen im Bereich der ersten Modellierung. Der Fehler der Massenbilanz des Wassers konnte auf 3,97% reduziert werden, während sich in der Massenbilanz der Tracer nur geringfügige Verbesserungen ergaben.

Im weiteren Verlauf der Modellierung wurde die Anzahl der gleichzeitig verwendeten Tracer reduziert und nur noch mit den beiden Sources Gobabeb-Grundwasser und Floods gearbeitet. Die Verwendung von Magnesium als Tracer für die Zelle 1 stellte sich als ungünstig heraus, da der Fehler der Massenbilanz von Magnesium meist über 50% lag. Daraus lässt sich schließen, dass eventuell verschiedene Interaktionen mit dem Untergrund stattfinden oder auch eine potentielle Source nicht beprobt worden ist.

Eine Mischungsrechnung unter Verwendung der Tracer Sulfat, Chlorid und Kalium ergab, dass die Flash-Floods einen Beitrag von 76,4% und das Grundwasser aus Gobabeb einen Beitrag von 23,6% zur Zelle 1 erbringen. Der Fehler in der Massenbilanz des Wassers lag bei 1,61%, dies ist äußerst zufrieden stellend. Die Fehler in der Massenbilanz der Tracer lagen für Chlorid und Kalium vom Betrag bei über 30% Abweichung, nur für das Sulfat konnte mit 16,6% Abweichung ein befriedigendes Ergebnis erreicht werden. Verwendet man nur Sulfat und Chlorid zur Modellierung, erhält man zwar ähnliche Werte für die Beiträge der Sources, kann jedoch den Fehler in der Massenbilanz der Tracer nicht wesentlich verbessern und erhält sogar eine Verschlechterung in der Wasserbilanz. Ein sehr gutes Ergebnis konnte mit der Tracerkombination Chlorid und Natrium erzielt werden. Modelliert man die Zelle 1 mit diesen Tracern, erhält man ein von den oben beschriebenen Beiträgen der Sources abweichendes Ergebnis. Mit diesen Tracern ergeben sich ein Beitrag der Floods des Kuiseb von 62,2% und ein Beitrag des Grundwassers aus Gobabeb von 37,8%, welches, wie oben erläutert, für Zuflüsse aus dem Granitgestein in das betrachtete System steht. Der Fehler der Massenbilanz des Wassers kann in diesem Fall auf hervorragende 0,22% reduziert werden, auch sind die Fehler der Massenbilanzen bei Natrium mit -8,4% und bei Chlorid mit 6,4% sehr zufrieden stellend. Für eine Kombination aus mehr als zwei verschiedenen Tracern stellte sich die Verwendung von Kalium, Natrium und Chlorid als am besten geeignet heraus. Hier ergibt sich, dass die Zelle 1 zu 62,6% aus Flutwasser und zu 37,4% aus Grundwasser aus dem Granit besteht. Der Fehler der Massenbilanz des Wassers liegt bei 4,60% und die Fehler in den Massenbilanzen der Tracer liegen für Kalium bei -29,8%, für Natrium bei -5,0% und für Chlorid bei 10,4%.

Es ist festzuhalten, dass es zwei Bereiche gibt, in denen die Werte für die Anteile der Zuflüsse liegen. Beim ersten Bereich setzt sich die Zelle 1 aus ungefähr 75% Flutwasser und 25% Grundwasser zusammen, während es beim zweiten ungefähr 62% Flutwasser und



38% Grundwasser sind. Die verschiedenen Modellvarianten sind in Abbildung 7 und



Abbildung 7: Modellvarianten der Zelle 1

Modellierung der Zelle 2 7.1.2

Die Zelle 2 besteht wie Zelle 1 auch nur aus einem Brunnen. Dieser Brunnen 21613 befindet sich auf 312 m über dem Meeresniveau, der Grundwasserspiegel liegt auf 251,04 m über Meeresniveau. Aufgrund der Clusteranalyse wurde dieser Brunnen in eine andere Klasse als der Brunnen 21898, der Zelle 1 repräsentiert, eingeordnet. Durch diese Clusterung und ihren Salzgehalt, der im betrachteten Grundwassersystem zu den geringeren gehört, ist diese Zelle dem oberen Grundwasserstockwerk zuzuweisen. Als potentielle Zuflüsse werden das Flutwasser, das Grundwasser aus Gobabeb, die Probe eines sehr salzigen Grundwassers und das Wasser der Zelle 1 angenommen. Zuerst wurden drei verschiedene Zuflüsse mit fünf verschiedenen Tracern betrachtet. Es wurden die prozentualen Beiträge der drei potentiellen Zuflüsse, bestehend aus dem Flutwasser des Kuiseb und den beiden Sources aus dem Granit, mit Hilfe der Tracer Kalium, Natrium, Calcium, Chlorid und Sulfat bestimmt. Dabei wurde ermittelt, dass das Wasser der salzigen Grundwasserprobe keinen Beitrag zur Zelle 2 leistet. Die betrachtete Zelle setzt sich nach dieser Rechnung aus 86,8% Flutwasser und 13,2% Grundwasser aus Gobabeb zusammen. Der Fehler der Massenbilanz des Wassers liegt bei 5,07%, die Fehler in den Massenbilanzen der Tracer liegen zwischen -1,6% für Kalium bis -25,4% für Natrium. Führt man diese Rechnung nur mit den beiden beitragenden Zuflüssen durch, erhält man logischerweise das gleiche Resultat, kann daran aber auch sehen, dass sich der mathematische Lösungsalgorithmus nicht eine andere Lösung sucht, sondern das gleiche Ergebnis liefert.

Der nächste Schritt in der Modellierung der Zelle 2 war die Variation durch verschiedene Tracer unter Betrachtung der beiden Zuflüsse Flutwasser und Grundwasser. Hier wurden zwei Modellierungen mit jeweils drei verschiedenen Tracern und zwei Modellierungen mit jeweils zwei verschiedenen Tracern durchgeführt. Verwendete man Chlorid, Sulfat und Kalium, ergaben sich Beiträge von 87,6% Flutwasser und 12,4% Gobabeb-Grundwasser bei einem Fehler von 2,45% in der Massenbilanz des Wassers und Fehlern um einen Betrag von ungefähr 6% in den Massenbilanzen der Tracer. Verwendete man Chlorid, Natrium und Kalium ergaben sich Beiträge von 84,6% Flutwasser und 15,4% Gobabeb-Grundwasser bei einem Fehler von 0,43% in der Wasserbilanz. Bei den Tracern ist die Abweichung für Kalium mit -1,6% am geringsten und die Abweichung in der Massenbilanz für Natrium mit -19,6% am größten. Unter Verwendung von Chlorid und Sulfat ergeben sich Beiträge von 87,3% und 12,7% für das Flut- beziehungsweise für das Grundwasser. Auch ist hier der Fehler in der Massenbilanz des Wassers mit 0,69% sehr gering, genauso wie die Fehler für die Tracer, die mit Beträgen um 6% gering ausfallen. Verwendet man die beiden Tracer Kalium und Chlorid, so erhält man mit einem Fehler von 2,01% für die Wasserbilanz und Fehlern von -3,6% und 1,3% in den Massenbilanzen der Tracer auch sehr gute Ergebnisse. Die Beiträge in Zelle 2 errechnen sich hier zu 86,5% und 13,5%.



Abbildung 8: Modellvarianten der Zelle 2

Weiterhin wurde der Einfluss von Zelle 1 auf die Zelle 2 getestet, indem der Zufluss aus Zelle 1 als weitere potentielle Source behandelt wurde. Hierzu wurden zwei verschiedene Mischungsrechnungen durchgeführt. Die Modellierung mit den Tracern Natrium, Kalium und Chlorid ergab, dass sich der Zufluss in Zelle 2 aus 76,6% Flutwasser, 11,3% Gobabeb-Grundwasser und 12,1% Wasser aus Zelle 1 zusammensetzt. Der Fehler in der Wasserbilanz liegt hier bei 3,82%. Werden die Tracer Sulfat und Chlorid verwendet, ergibt sich der Zufluss aus 78,4% Flutwasser, 9,3% Gobabeb-Grundwasser und 12,3% Wasser aus Zelle 1. Hier muss erwähnt werden, dass sowohl die Wasserbilanz als auch die Massenbilanzen der beiden Tracer geschlossen sind. Die möglichen Zusammensetzungen der Zelle 2 sind in Abbildung 8 und Tabelle 36 aus Seite 103dargestellt.

7.1.3 Modellierung der Zelle 3

Die Zelle 3 setzt sich aus den Brunnen 21611 und 7898 zusammen. Brunnen 21611 liegt 290 m über Meeresniveau und sein Grundwasserspiegel auf 260 m. Brunnen 7898 liegt auf einer Höhe von 259 m und sein Grundwasserspiegel bei 187 m. Die Chemie der beiden Brunnen ist ähnlich (Abbildung 9), und durch die Lage zueinander wurden sie einer gemeinsamen Zelle zugeordnet.



Abbildung 9: Vergleich der chemischen Konzentrationen der Brunnen aus Zelle 3

Vorüberlegungen anhand des Grundwassersystems und des erstellten Konzeptes ergaben mögliche Zuflüsse in Zelle 3 durch verschiedene Sources und aus mehreren Zellen. So wurden alle vier Sources des Systems als potentielle Zuflüsse betrachtet, zusätzlich wurde auch die Möglichkeit eines Wasserflusses aus den Zellen 1, 2 und 4 ins Auge gefasst. Hier ist zu beachten, dass sowohl das gemittelte Potential der Brunnen aus Zelle 4 als auch das Potential des Brunnens mit dem höchsten Wert zwischen den Potentialen der Brunnen aus Zelle 3 liegen und somit ein Einfluss auf Brunnen 21611 ausgeschlossen werden kann. Aufgrund der ähnlichen Hydrochemie in der Zelle 3 sollte damit Zelle 4 keinen Zufluss in die Zelle 3 darstellen, trotzdem wurde sie sicherheitshalber in die Modellierung mit einbezogen, um den Einfluss wirklich auszuschließen.

Bei der Modellierung der Zelle 3 wurde zuerst versucht, die potentiellen Zuflüsse einzugrenzen und zusätzlich die für diese Zelle am besten geeigneten Tracer zu ermitteln. Bei den ersten Modelldurchläufen, bei denen zwischen vier und sechs Zuflüsse und fünf oder sechs Tracer verwendet wurden, konnte die Wasserbilanz nicht annähernd geschlossen werden und die Fehler in den Massenbilanzen der Tracer lagen auch recht hoch. Durch diese ersten Schritte konnte man aber erkennen, dass das Grundwasser aus Swartbank vom mathematischen Lösungsalgorithmus gegenüber dem Grundwasser aus Gobabeb bevorzugt wird, dies deckt sich auch mit hydrologischen Überlegungen, da Swartbank deutlich näher an Zelle 3 liegt als Gobabeb. Weiterhin konnte kein Zufluss aus der Zelle 4 festgestellt werden. Die ersten guten Ergebnisse wurden durch die Reduzierung der Tracer auf Kalium, Chlorid und Sulfat unter Variation der potentiellen Zuflüsse erzielt. Hierbei wurden drei verschiedene Kombinationen ausprobiert: das Flutwasser, das Wasser aus Zelle 2 und das Grundwasser aus Swartbank gingen immer in die Mischungsrechnung ein, in einer Variante wurde noch das salzige Grundwasser aus dem Granit, in einer anderen das Wasser der Zelle 4 einbezogen. Das Ergebnis war für alle Varianten dasselbe. Das Flutwasser bildet 69,1% der Zuflüsse, das Grundwasser aus Swartbank hat einen Anteil von 30,9%, während alle anderen Zuflüsse keinen Einfluss haben und daher mit Sicherheit nicht in Zelle 3 fließen. Der Fehler in der Wasserbilanz liegt bei sehr guten 0,71% und die Fehler in den Massenbilanzen der Tracer liegen für Kalium bei -4,9%, für Chlorid bei -9,9% und für Sulfat bei 9,8%. Ein anderes Bild ergibt sich, falls man das Flutwasser nicht als potentiellen Zuflüss in Zelle 3 behandelt, sondern nur Swartbank-Grundwasser, Wasser aus Zelle 2 und Wasser aus Zelle 4. Hier ergibt sich ein Anteil von 16,5% Swartbank-Grundwasser und 83,5% aus Zelle 2. Der Fehler in der Wasserbilanz liegt bei 1,37%, während die Fehler für Kalium bei -2,6%, für Chlorid bei -12,8% und für Sulfat bei 11,0% liegen.

Der nächste Schritt besteht in der Anwendung einer anderen Tracerkombination, es werden Kalium, Natrium und Chlorid verwendet. Mit diesem Tracerset wurden vier verschiedene Kombinationen von Zuflüssen gerechnet. In den drei ersten Varianten wurden das Swartbank-Grundwasser und die Zelle 2 immer als potentielle Zuflüsse behandelt, zusätzlich wurde einmal nur Zelle 4, einmal nur Flutwasser und einmal Zelle 1 und das sehr salzige Wasser aus dem Granit als Zufluss zugelassen. Die Ergebnisse dieser Varianten waren identisch, da nur das Swartbank-Grundwasser (22,7%) und die Zelle 2 (77,3%) einen Beitrag zur Zelle 3 leisteten. Der Fehler in der Wasserbilanz liegt hier bei 0,98% und die Fehler in den Massenbilanzen der Tracer bei 4,8% für Kalium, -6,5% für Natrium und 1,3% für Chlorid. In der vierten Variante wurden nur die Zellen 1 und 2 und das sehr salzige Grundwasser aus dem Granit berücksichtigt. Hier ergibt sich, dass sich Zelle 3 zu 72,6% aus Zelle 2, zu 26,2% aus Zelle 1 und 1,2% durch das Wasser aus dem Granit zusammensetzt. Der Fehler in der Wasserbilanz liegt bei 1,39% und die Fehler in den Massenbilanzen liegt bei 1,39% und die Fehler in den Massenbilanzen liegt bei 1,39% und die Fehler in den Massenbilanz liegt bei 1,39% und die Fehler in den Massenbilanzen der Tracer bei 9,5% für Kalium, -19,2% für Natrium und 0,8% für Chlorid.



Abbildung 10: Modellvarianten der Zelle 3

Hier lässt sich nicht eindeutig bestimmen, welche der errechneten Varianten der Wirklichkeit am nächsten kommt, da z.B. die Chemie der Zuflüsse aus den Zellen 1 und 2 direkt von der Chemie des Flutwassers abhängt. Die verschiedenen gerechneten Modellvarianten sind in Abbildung 10 und Tabelle 37 auf Seite 103 dargestellt, es lässt sich die unterschiedliche Zusammensetzung der Zelle 3 je nach gerechneter Modellvariante erkennen.

7.1.4 Modellierung der Zelle 4

Zelle 4 setzt sich als einzige Zelle im System aus drei verschiedenen Brunnen (Abbildung 11) zusammen. Es sind die Brunnen 12808, 20172 und 21616. Die ersten beiden liegen auf einer Höhe von 232 m und letzterer auf einer Höhe von 254 m über Meeresniveau. Der Grundwasserspiegel befindet sich auf 226 m, 213 m beziehungsweise 249 m über dem Meer. Die Brunnen liegen im oder am Rande des alluvialen Aquifers unter dem Kuiseb. Die drei Brunnen wurden aufgrund der Clusteranalyse und ihrer räumlichen Nähe zu einer gemeinsamen Zelle zusammengefasst. Zusätzlich wurde eine Mischungsrechnung für jeden Brunnen einzeln durchgeführt. Bei dieser Modellierung wurden für jeden Brunnen zwei Tracerkombinationen verwendet, es wurde mit Na, K und Cl und mit Na und Cl modelliert. Als Sources wurden nur Grundwasser aus Swartbank und Flutwasser verwendet. Die Ergebnisse waren sehr ähnlich, so liegt der Flutwasseranteil in den Modellierungen für Brunnen 12808 zwischen 93,7% und 94,4%, für Brunnen 20172 zwischen 95,2% und 96% und für den Brunnen 21616 zwischen 93,6% und 94,7%. Somit sind sich diese drei Brunnen so ähnlich, dass sie in dieselbe Zelle eingeordnet werden können.



Abbildung 11: Vergleich der Brunnen in Zelle 4 mit einem Schoellerdiagramm

Bei der Modellierung der Zelle 4 wurden zuerst mit den sechs Tracern Kalium, Natrium, Calcium, Chlorid, Sulfat und Magnesium die Zuflüsse eingegrenzt. Es wurde nur ein Zufluss direkt durch Flutwasser und ein geringer Anteil von Swartbank-Grundwasser festgestellt. Danach wurden nur noch die verwendeten Tracer variiert. Zuerst wurden Kalium, Natrium und Chlorid zur Berechnung der Zuflüsse verwendet, obwohl nur ein

Tracer nötig gewesen wäre, um zwei Sources zu mischen. Es werden mehrere Tracer verwendet, da dies zur späteren Modellierung des Gesamtsystems nötig ist und die Lösung an mehr als einen Stoff angepasst wird, so dass die Genauigkeit erhöht wird. Mit diesem Tracersatz liegt der Anteil des Flutwassers bei 94,9% und der des Swartbank-Grundwassers bei 5,1%. Der Fehler in der Wasserbilanz liegt bei 11,56% und die Fehler in den Massenbilanzen der Tracer liegen für Kalium bei -26,2%, für Natrium bei -8,9% und für Chlorid bei 5,7%. Verwendet man in dieser Modellierung anstatt Natrium Sulfat, werden die Fehler in den Massenbilanzen etwas größer, bei praktisch gleich groß bleibenden Beiträgen der beiden Sources. Verwendet man andere Kombinationen von drei verschiedenen Tracern, lassen sich die Fehler der Wasserbilanz und der Massenbilanzen nicht verringern, dies war nur durch Reduzieren auf zwei Tracer möglich. Unter Verwendung von Chlorid ergibt sich eine Zusammensetzung der Zelle 4 aus 94,5% Flutwasser und 5,5% Swartbank-Grundwasser. Die Fehler liegen hier natürlich bei 0%, da die Lösung nur mit einem Tracer gefunden werden muss, die Verwendung eines Tracers ist hier vom Ansatz her vollkommen ausreichend, da nur zwei Zuflüsse in der entsprechenden Variante verwendet werden. Vom Resultat unterscheidet sich diese Variante nicht von den anderen Varianten. Der Effekt der Traceranzahl auf den Fehler in der Modellierung wird in Abschnitt 8.2 auf Seite 83 untersucht.





Verwendet man Natrium und Chlorid, ergeben sich für die Zusammensetzung der Zelle 94% Flutwasser und 6% Swartbank-Grundwasser, der Fehler in der Massenbilanz liegt bei 0,85% und die Fehler in den Massenbilanzen der Tracer liegen für Natrium bei -10% und für Chlorid bei 6,3%. Verwendet man wiederum Kalium und Natrium zur Berechnung der Zuflüsse, vergrößern sich die Fehler deutlich. Bei einer errechneten Zusammensetzung der Zelle 4 aus 93,6% Flutwasser und 6,4% Swartbank-Grundwasser liegt der Fehler in der Wasserbilanz bei 9,43%. Der Fehler in der Massenbilanz von Kalium liegt bei -25,3% und der Fehler von Natrium bei 1,9%. Durch die Verwendung von Natrium und Sulfat lässt sich ein Ergebnis mit geringen Fehlern erzielen, so ist der Fehler der Wasserbilanz mit 0,07% sehr gering, und die Fehler in den Massenbilanzen der Tracer mit 7,4% für Natrium

und -10,8% für Sulfat sind nicht sehr groß. In diesem Fall setzt sich Zelle 4 zu 92,1 % aus dem Flutwasser und zu 7,9% aus dem Swartbank-Grundwasser zusammen.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass für Zelle 4 zwei Zuflüsse nachgewiesen werden konnten, und zwar das Wasser aus den Flash-Floods des Kuiseb und Swartbank-Grundwasser, welches aus dem nördlich gelegenen Granit zufließt. Die Abbildung 12 veranschaulicht dieses Ergebnis noch einmal, die Größe des Flutwasseranteils ist in allen Modellvarianten sehr ähnlich.

7.1.5 Modellierung der Zelle 5

Die Zelle 5 wird durch den Brunnen 7871 dargestellt. Er befindet sich 224 m über Meeresniveau, der Grundwasserspiegel befindet sich auf einer Höhe von 173 m. Durch die Lage der Zelle 5 ist die hydrologische Situation deutlich komplizierter als bei den Zellen 1 bis 4. Für den ersten Schritt der Modellierung wurde deshalb mit den Tracern Kalium, Natrium, Calcium, Chlorid und Magnesium der Einfluss von sieben verschiedenen potentiellen Zuflüssen ermittelt. Sulfat wurde dazu nicht verwendet, da Zelle 8 als potentieller Zufluss behandelt wird und dort die Sulfatkonzentrationen nicht plausibel erschienen. Als potentielle Zuflüsse wurden Flutwasser, Swartbank-Grundwasser, das sehr salzige Wasser aus dem Granit und Wasser aus den Zellen 2, 3, 4 und 8 behandelt. Hier wurde eine Zusammensetzung der Zelle 5 aus 38,4% Flutwasser, 54,2% Wasser aus Zelle 4 und 7,4% Wasser aus Zelle 2 festgestellt. Die anderen potentiellen Zuflüsse wurden auch in anderen Berechnungsschritten als nicht zur Zelle 5 beitragend ermittelt. Der Fehler in der Wasserbilanz liegt bei 10,58%, die Fehler in der Massenbilanz der Tracer sind recht groß. Sie liegen für Kalium bei 30,9%, für Natrium bei -50,9%, für Calcium bei 5,6%, für Magnesium bei -62,1% und für Chlorid bei 19,9%.

In weiteren Schritten in der Modellierung der Zelle 5 wurde nun meistens mit den drei als beitragend ermittelten Zuflüssen gerechnet. Teilweise blieb einer dieser Zuflüsse unberücksichtigt, um die Reaktion des Systems darauf zu testen, oder es wurde ein weiterer potentieller Zufluss zur Berechnung hinzugezogen. Das Ergebnis zeigte aber immer an, dass es nur drei beitragende Zuflüsse gibt. Zusätzlich wurden viele verschiedene Kombinationen verschiedener Tracer ausprobiert.

Die Lösungen dieser verschiedenen Varianten sind in Abbildung 13 dargestellt. Die zu jeder Variante gehörenden Sources, Tracer und Fehler sind im Anhang in Tabelle 39 auf Seite 104 dargestellt.

Modelliert man Zelle 5 mit den Tracern Kalium, Calcium und Chlorid und lässt das Flutwasser, Zelle 2 und Zelle 4 als potentielle Zuflüsse zu, ergibt sich ein Fehler in der Wasserbilanz von 6,56%. In diesem Fall setzt sich Zelle 5 aus 59,1% Flutwasser und 40,9% Wasser aus Zelle 2 zusammen. Die Fehler in den Massenbilanzen der Tracer sind -25,8% für Kalium, 5,6% für Calcium und -0,6% für Chlorid. Bleibt Kalium in dieser Variante unberücksichtigt, ergibt sich bei einem Fehler von 0% für die Tracermassenbilanzen und die Wasserbilanz eine Zusammensetzung der Zelle 5 aus 57,3% Flutwasser, 40,7% Wasser aus Zelle 4 und 2,1% Wasser aus Zelle 2. Werden wiederum die gleichen drei potentiellen Zuflüsse zugelassen und die Tracer Kalium, Natrium und Calcium verwendet, ergibt sich für Zelle 5 eine Zusammensetzung aus 39% Flutwasser, 18,7% Wasser aus Zelle 4 und 42,4% Wasser aus Zelle 2. Der Fehler in der Wasserbilanz liegt in diesem Fall bei 5,62% und die Fehler der Tracer bei -21,3% für Kalium, 0,4% für Natrium und 5,3% für Calcium. Die letzte Variante, die hier vorgestellt wird, beinhaltet auch nur die drei oben verwendeten potentiellen Zuflüsse. Es werden die Tracer Kalium,

Natrium und Chlorid verwendet, wobei Natrium in diesem Fall einen sehr hohen Fehler von -53,2% in der Massenbilanz aufweist (K: -25,2%; Cl: 14,5%). Der Zufluss in Zelle 5 setzt sich nach dieser Rechnung aus 46,4% Flutwasser, 50,7% Wasser aus Zelle 2 und 2,9% Wasser aus Zelle 2 zusammen, bei einem Fehler in der Wasserbilanz von 0,5%.



Abbildung 13: Modellvarianten der Zelle 5

7.1.6 Modellierung der Zelle 6

Zelle 6 lässt sich durch die Clusteranalyse in den oberen Aquifer einordnen und besteht aus dem Brunnen 7869, der trotz der Nähe zum Brunnen 7871 einer neuen Zelle zugeordnet wurde (siehe Abschnitt 6.2 auf Seite 37ff.). Der Brunnen 7869 befindet sich auf 221 m über dem Meer, der Grundwasserspiegel auf 168 m über dem Meer. In der Modellierung der Zelle 6 konnte Sulfat nicht verwendet werden, da die zur Verfügung stehende Analyse mit 1 mg/l für das System nicht plausibel ist.

Zuerst wurde die Zelle 6 mit den zur Verfügung stehenden Tracern Kalium, Natrium, Calcium, Magnesium und Chlorid modelliert. Dabei wurden die sechs potentiellen Zuflüsse, Flutwasser, das Swartbank-Grundwasser und ein sehr salziges Grundwasser als Wässer aus dem Granit und Zuflüsse aus den Zellen 4, 5 und 8, verwendet. Die Fehler in den Massenbilanzen sind äußerst gering und liegen bei -4,4% für Magnesium, 5,9% für Kalium, -3,8% für Natrium, 3,5% für Calcium und 4% für Chlorid. Der Fehler in der Wasserbilanz liegt bei 8,52%, der Zufluss in Zelle 6 setzt sich aus 38,7% Flutwasser, 31,4% Wasser aus Zelle 8 und 29,9% Wasser aus Zelle 5 zusammen, während die anderen Zuflüsse keinen Beitrag leisten. Im nächsten Schritt wurde keine direkte Verbindung zum Flutwasser zugelassen, nur ein Zufluss aus den Zellen 5 und 8 ermöglicht und die Tracer auf Kalium, Natrium und Chlorid reduziert. Der Fehler in der Wasserbilanz war im Vergleich zu anderen Rechnungen für Zelle 6 zu groß, so dass dieses Ergebnis nicht relevant ist.

Als Nächstes wurden verschiedene Tracerkombinationen mit den drei potentiellen Zuflüssen Flutwasser, Zelle 5 und Zelle 8 gerechnet, in zwei dieser Varianten wurde

einmal Zelle 4 und ein andermal Zelle 3 als potentieller Zufluss hinzugegeben, es ergab sich aber kein Zufluss aus diesen Zellen. Der Beitrag der potentiellen Zuflüsse schwankte für das Flutwasser zwischen 39,8% und 44,8%, für das Wasser aus Zelle 8 zwischen 26,4% und 30,8% und für das Wasser aus Zelle 5 zwischen 26,2% und 33,1%. Es wurden zwischen drei und vier Tracern gleichzeitig verwendet. Der Fehler in den Massenbilanzen lag nie über einem Betrag von 7,8%, meist sogar unter 5%. Der Fehler der Wasserbilanz lag zwischen 0,12% (unter Verwendung von Mg, Na und Cl) und 8,48% (Mg, K, Ca und Cl), meist aber um 5%.

Zum Schluss sollen noch drei gerechnete Varianten gesondert erwähnt werden. Wird die Mischungsrechnung nur mit den Tracern Calcium und Chlorid gerechnet, erhält man einen Fehler von 0% in der Wasserbilanz und auch in den Massenbilanzen der Tracer. Die errechneten Anteile der verschiedenen Zuflüsse von 59,2% Flutwasser, 27,8% Wasser aus Zelle 8 und 13% Wasser aus Zelle 5 unterscheiden sich aber stark von allen anderen gerechneten Varianten. In den anderen beiden Varianten blieb der Zufluss durch das Wasser aus den Floods des Kuiseb unberücksichtigt. Das interessante hierbei ist, dass dann das Wasser der Zelle 4 als beitragend ermittelt wird, welches ansonsten als nicht beitragend eingestuft wird. Die beiden Varianten wurden mit unterschiedlichen Tracerkombinationen gerechnet. In der ersten Variante setzt sich die Zelle 6 zu 69,8% aus Zelle 4, zu 19,1% aus Zelle 8 und zu 11,2% aus Zelle 5 zusammen. Der Fehler in der Wasserbilanz liegt bei 5,42%, die Fehler in den Massenbilanzen der Tracer liegen für Magnesium bei 8,2%, für Natrium bei -11,6% und bei -1,2% für Chlorid. Die andere Variante liefert davon unterschiedliche Ergebnisse, es werden Anteile von 37,8% aus Zelle 4, 37,2% aus Zelle 8 und 25% aus Zelle 5 berechnet, bei einem Fehler in der Wasserbilanz von 15,1%. Die Fehler in den Massenbilanzen der Tracer liegen bei 12,8% für Kalium, bei -4,6% für Natrium und bei -1,2% für Chlorid. Die Abbildung 14 stellt die Anteile der verschiedenen Zuflüsse, je nach Variante, an Zelle 6 dar. In Tabelle 40 (Seite 105) werden die Ergebnisse der einzelnen Varianten dargestellt.



Abbildung 14: Modellvarianten der Zelle 6

7.1.7 Modellierung der Zelle 7

Zelle 7 wird durch die Clusteranalyse in das zweite Grundwasserstockwerk eingeordnet und durch den Brunnen 7892 repräsentiert. Er befindet sich auf 225 m über dem Meer, während sich der Grundwasserspiegel im Brunnen auf 167 m Höhe befindet.

Die Modellierung der Zelle 7 gestaltete sich als überaus kompliziert. Während der Modellierung konnte der Fehler in der Wasserbilanz nie unter 43,46% gesenkt werden. Es wurden verschiedene Tracerkombinationen mit verschiedenen potentiellen Zuflüssen kombiniert.

Es konnten Lösungen mit einer groben Überschlagsrechnung gefunden und bestätigt werden, die vom mathematischen Lösungsalgorithmus des MIG nicht gefunden werden konnten, selbst wenn die Zahl der verwendeten Tracer deutlich reduziert wurde. Eine angenäherte Lösung wäre zum Beispiel eine Kombination aus 22,7% Swartbankwasser und 77,3% Wasser aus Zelle 2. Die Fehler in den Tracerbilanzen liegen hier bei 22,1% für Kalium, 6,4% für Chlorid und -10,9% für Natrium. Dies ist sicherlich nicht die bestmögliche Lösung für Zelle 7, aber eine Lösung, die ohne den mathematischen Lösungsalgorithmus zu erzielen ist. Es ist praktisch unmöglich, mehr als drei potentielle Zuflüsse in eine Überschlagsrechnung einzubeziehen. In den Lösungsmöglichkeiten, die durch den MIG gefunden werden, ist auch zu erkennen, dass die Tracermassenbilanzen immer eine große negative Abweichung aufweisen. In den vielen Modellierungsschritten werden je nach Durchlauf das Swartbank-Grundwasser, Wasser aus Zelle 1, Wasser aus Zelle 3, Wasser aus Zelle 5 und Wasser aus Zelle 8 als Zuflüsse ermittelt.

Eine Lösung des Systems über den MIG war nur möglich, indem die Zelle 7 mit der Zelle 3 zu Zelle 37 zusammengefasst wurde, also aus den Konzentrationen der drei beteiligten Brunnen ein Mittelwert errechnet wurde. Eine Lösung ergibt, dass sich Zelle 37 aus 80,1% Wasser aus Zelle 2 und 19,9% Swartbank-Grundwasser zusammensetzt. Der Fehler in der Wasserbilanz liegt hier bei 7,08% und die Fehler in den Massenbilanzen der Tracer liegen bei -6,9% für Chlorid und bei 10,1% für Kalium. Eine andere Möglichkeit besteht aus 66,9% Flutwasser und 33,1% Grundwasser aus Swartbank, bei einem Fehler in der Wasserbilanz von 4,4% (Cl: -5,2%; K: 7,6%). Es ist auch möglich, dass Wasser einer unbekannten Source in Zelle 7 fließt, mit der man diese dann modellieren kann.

7.1.8 Modellierung der Zelle 8

Zelle 8 wird durch den Brunnen 20199 gebildet, der sich auf 214 m über Meeresniveau befindet, der Grundwasserspiegel lag zum Zeitpunkt der Beprobung auf 195 m Höhe. Zelle 8 liegt im zweiten, also im unteren Grundwasserstockwerk. Auch hier kann Sulfat nicht als Tracer verwendet werden, da die zur Verfügung stehende Analyse mit 1 mg/l Sulfatgehalt nicht plausibel erscheint. Ebenso wurde Calcium nicht zur Modellierung der Zelle verwendet, da die Konzentration unter der Konzentration aller potentieller Zuflüsse liegt und somit eine Berechnung der Zuflüsse nicht möglich ist.

Zuerst wurde mit den potentiellen Zuflüssen Flutwasser, Swartbank-Grundwasser, Wasser aus Zelle 4 und dem sehr salzigen Grundwasser aus dem Granit eine inverse Mischungsrechnung durchgeführt. Hierzu wurden die Tracer Kalium, Natrium, Chlorid und Magnesium verwendet. In dieser Mischungsrechung spielen nur das Grundwasser aus Swartbank mit einem Anteil von 24,3% an der Zelle 8 und das Wasser der Zelle 4 mit einem Anteil von 75,7% eine Rolle. Der Fehler in der Wasserbilanz liegt hier bei 10,36% und die Fehler in den Massenbilanzen der Tracer liegen bei 3,7%, -9,6%, 2,7% und -36,7% (für K, Na, Cl und Mg). Im nächsten Schritt blieb Magnesium aufgrund seines großen Fehlers in der Berechnung unberücksichtigt. Der Fehler in der Wasserbilanz reduziert sich dadurch auf 1,04%, ebenso reduzierten sich Fehler der Massenbilanzen (K: -1,3%, Na: -7,7%, Cl: 6%). Nach dieser Variante besteht Zelle 8 zu 28,5% aus Swartbank-Grundwasser und zu 71,5% aus Wasser der Zelle 4. In den folgenden Schritten wurden die drei Tracer nicht mehr verändert, da die Fehler in ihren Massenbilanzen gering blieben. Es wurden nur noch die potentiellen Zuflüsse variiert. Hier ist festzuhalten, dass ein Nichtberücksichtigen des Zuflusses aus Zelle 4 bewirkt, dass das Flutwasser als beitragend auftritt, dies führt dann zu einer leichten Erhöhung der Fehler in den Massenbilanzen der Tracer.





In einer weiteren Variante wird das Swartbank-Grundwasser als nicht beitragend angesehen, somit setzt sich der Zufluss zu 97,5% aus Wasser der Zelle 4 und zu 2,5% aus dem sehr salzigen Grundwasser aus dem Granit zusammen, hier sind aber die Fehler in den Massenbilanzen der Tracer sehr groß (Natrium: -64,5%). Der letzte Schritt in der Modellierung der Zelle 8 war das Einbeziehen der Zelle 3 als Zufluss. Hier wurden zwei Varianten gerechnet. Zuerst wurden nur die Zellen 3 und 4 als potentielle Zuflüsse behandelt. Hier erhält man eine Zusammensetzung der Zelle 8 von 27,7% Wasser aus Zelle 4 und 72,3% Wasser aus Zelle 3, bei einem Fehler in der Wasserbilanz von 7,98%. Die Fehler in den Massenbilanzen der Tracer liegen bei -13,3% für Kalium, 4,8% für Natrium und -5,2% für Chlorid. In der letzten Variante wurden das Flutwasser, das Swartbank-Grundwasser und das sehr salzige Grundwasser, beides Wässer aus dem Granit, und die Zellen 3 und 4 als potentielle Zuflüsse verwendet. Hierfür ergab sich bei einem Fehler von 3,09% in der Wasserbilanz eine Zusammensetzung der Zelle 8 aus 19,6% Swartbank-Grundwasser, 56,9% Wasser aus Zelle 4 und 23,4% Wasser aus Zelle 3 (K: -4,8%, Na: -3%, Cl: 3,6%). Auch hier ist es wiederum nicht zu klären, welche der Varianten der Natur am ehesten entspricht. Die verschiedenen möglichen Zusammensetzungen der Zelle 8 sind in Abbildung 15 dargestellt, in der man sieht, dass es doch recht deutliche

Unterschiede zwischen den einzelnen Varianten gibt. Die Daten zu den einzelnen Varianten befinden sich in Tabelle 42, Seite 105.

7.1.9 Modellierung der Zelle 9

Zelle 9 wird durch den Brunnen 20198 gebildet, der sich auf 210 m über Meeresniveau befindet, der Grundwasserspiegel befindet sich auf 181 m Höhe. Zelle 9 wird aufgrund der Clusteranalyse dem oberen Grundwasserstockwerk zugeordnet.

Zuerst wurden mit fünf potentiellen Zuflüssen und den Tracern Kalium und Chlorid die Anteile der verschiedenen Zuflüsse an der Zelle 9 bestimmt. Hier ergaben sich Anteile von 97,9% Flutwasser, 0,4% der Zelle 8 und 1,7% des sehr salzigen Grundwassers an Zelle 9. Das Grundwasser aus Swartbank und die Zelle 4 haben demnach keinen Einfluss auf die Zelle 9. Der Fehler in der Wasserbilanz liegt für diese Rechnung, genauso wie die Fehler in den Massenbilanzen der Tracer, bei 0%. Daraufhin wurden die Tracer um Natrium ergänzt. Mit diesen drei Tracern wurde mit verschiedenen Kombinationen an Zuflüssen gerechnet. Das beste Ergebnis wurde erzielt, indem Zelle 8 als Zufluss ausgeschlossen wurde. In diesem Fall setzt sich Zelle 9 aus 81,1% Flutwasser und 19,9% Swartbank-Grundwasser zusammen. Der Fehler in der Wasserbilanz liegt bei 19,65% und die Fehler in den Massenbilanzen der Tracer liegen bei 16,3%, 4,1% und -30,6% (K, Cl, Na).

Im nächsten Schritt wurde anstatt Natrium Magnesium verwendet, somit stand wiederum ein Set aus drei Tracern zur Verfügung. Durch diesen Schritt konnte man eine Verringerung der Fehler der Wasserbilanz und der Massenbilanzen der Tracer feststellen. Auch hier wurden die Zuflüsse in Zelle 9 variiert. Festzuhalten sind hier zwei verschiedene ermittelte Varianten. In ersterer besteht Zelle 9 aus 59,8% Flutwasser, 38,6% Wasser aus Zelle 4 und 1,6% des sehr salzigen Grundwassers. Der Fehler in der Wasserbilanz liegt bei 11,23% und die Fehler der Massenbilanzen liegen bei 11,8% für Kalium, -1,1% für Chlorid und -5,2% für Magnesium. Ein Wasserfluss von Zelle 8 in Zelle 9 wurde in diesem Fall nicht ermöglicht. Wird dieser unter sonst gleich bleibenden Bedingungen ermöglicht ergibt sich für Zelle 9 eine Zusammensetzung aus 79,3% Flutwasser, 19,5% Wasser aus Zelle 8 und 1,2% sehr salzigem Grundwasser. Der Fehler in der Wasserbilanz liegt dann bei 10,21% und die Fehler in den Massenbilanzen der Tracer liegen bei 10,8%, -1% und -4,3% (K, Cl und Mg).

Darauf wurden nur noch die beiden Tracer Magnesium und Chlorid verwendet, auch hier wurden verschiedene Zuflussvarianten gerechnet. Für zwei der Varianten waren Wasserund Massenbilanzen geschlossen. Erstere ergibt eine Zusammensetzung der Zelle 9 aus 63% Flutwasser, 35,5% Wasser aus Zelle 4 und 1,4% des sehr salzigen Grundwassers. In der zweiten Variante wird kein Zufluss des Swartbank-Grundwassers und kein Zufluss aus Zelle 8 in Zelle 9 ermöglicht, dadurch ändert sich auch die errechnete Zusammensetzung der Zelle 9. Nach dieser Variante setzt sie sich aus 81% Flutwasser, 18% Wasser aus Zelle 8 und 1% sehr salzigem Grundwasser zusammen. In Abbildung 16 sind die verschiedenen Mischungsverhältnisse in Zelle 9 in Abhängigkeit von der Modellvariante dargestellt. Die dazu verwendeten Tracer sind mit den Ergebnissen und Fehlern in Tabelle 43 auf Seite 106 dargestellt.



Abbildung 16: Modellvarianten der Zelle 9

7.1.10 Modellierung der Zelle 10

Zelle 10 wird durch den Brunnen 21610 gebildet, der sich auf 145 m über Meeresniveau befindet, der Grundwasserspiegel befindet sich auf 126 m Höhe. Zelle 10 wird dem zweiten Grundwasserstockwerk zugeordnet. Da Zelle 8 ein potentieller Zufluss in Zelle 10 ist, kann Sulfat nicht als Tracer verwendet werden, da die Konzentration von 1 mg/l Sulfat in Zelle 8 nicht plausibel ist.

Zuerst wurden fünf potentielle Zuflüsse mit den Tracern Kalium, Natrium und Chlorid verwendet. Nach dieser Variante tragen das Flutwasser, Wasser aus Zelle 9 und das sehr salzige Grundwasser aus dem Granit nicht zu Zelle 10 bei, diese setzt sich in diesem Fall aus 24,9% Grundwasser aus Swartbank und 75,1% Wasser aus Zelle 8 zusammen. Der Fehler in der Wasserbilanz liegt bei 4,05% und die Fehler in den Massenbilanzen der Tracer liegen bei -6.1% für Kalium, -18,2% für Natrium und 10,6% für Chlorid. Geht man davon aus, dass es keinen direkten Zufluss von Swartbank-Grundwasser in Zelle 10 gibt, setzt sich diese zu 99,1% aus Zelle 8 und 0,9% aus dem sehr salzigen Grundwasser aus dem Granit zusammen, wobei hier der Fehler in der Wasserbilanz 16,25% und in der Massenbilanz des Natriums sogar -33% beträgt. Lässt man nun Zelle 8 als Zufluss aus der Modellierung aus, so führt das auf die Wasserbilanz bezogen zum besten Ergebnis mit einem Fehler von 3,21% (K: -19,7%, Na: -18,7%, Cl: 16%). Der Zufluss in Zelle 10 setzt sich somit aus 28,7% Flutwasser, 47,6% Wasser aus Zelle 8 und 23,7% Wasser aus Zelle 9 zusammen. Eine letzte Variante, bevor die Tracer auf Kalium und Chlorid reduziert wurden, war das Einbeziehen der Zelle 7 als weiterer potentieller Zufluss. Hierbei wurden nur drei Zuflüsse berücksichtigt, somit setzt sich die Zelle 10 aus 22,7% Swartbank-Grundwasser, 58,7% Wasser aus Zelle 8 und 18,6% Wasser aus Zelle 7 zusammen. Der Fehler in der Wasserbilanz liegt bei 5,81% und die Fehler in den Massenbilanzen der Tracer liegen bei -9,9% für Kalium, -15,3% für Natrium und 2,4% für Chlorid.

Nach diesen Schritten wurde nur noch mit zwei Tracern gerechnet. Hier soll nur die Variante vorgestellt werden, in der die Fehler der Massenbilanzen vom Betrag her unter 10% lagen. Die Zelle wurde hier mit den drei Zuflüssen Swartbank-Grundwasser, Zelle 8

und Zelle 9 modelliert. Bei einem Fehler der Wasserbilanz von 4,27% setzt sich der Zufluss zu 19,4% aus dem Swartbank-Grundwasser und zu 80,6% aus Zelle 8 zusammen. Der Fehler in den Massenbilanzen liegt für Kalium bei -8,7% und für Chlorid bei 2,4%. Der Wasseranteil der direkt oder indirekt (über andere Zellen) aus den Floods stammt wird in Abschnitt 7.5 ab Seite 77 bestimmt. Die Abbildung 17 zeigt die verschiedenen berechneten Modellvarianten. Es lassen sich die Anteile der verschiedenen Zuflüsse an Zelle 10 erkennen, die Tabelle 44 (Seite 106) gibt die Werte noch einmal wieder.



Abbildung 17: Modellvarianten der Zelle 10

7.2 Mixing-Cell-Modellierung mit ¹⁴Kohlenstoff (¹⁴C)

7.2.1 Ermittlung eines ¹⁴C-Gehaltes für die ungemessenen Sources

Eine Schwierigkeit ergab sich dadurch, dass für die Sources Gobabeb-Grundwasser, Swartbank-Grundwasser, Kuiseb-Flutwasser und sehr salziges Granitwasser keine ¹⁴C-Werte gemessen wurden. Leider konnten vor der Modellierung keine Daten gezielt erhoben werden, es wurden stattdessen schon vorhandene Analysen verwendet. Diese zusätzlichen Daten mussten verwendet werden, da die Zuflüsse in das Grundwassersystem unter dem Dünengebiet des Unteren Kuiseb nicht mit Analysen abgedeckt waren. Dem Flutwasser des Kuiseb-Flusses wurde ein ¹⁴C-Wert von 100 pMC zugeordnet.

Dies ist möglich, da stationäre Verhältnisse für das System über mehrere Tausend Jahre angenommen werden. Es muss aber darauf hingewiesen werden, dass der Systeminput von den Schwankungen des atmosphärischen ¹⁴C-Gehaltes beeinflusst wird. Diese Schwankungen sind zum einen natürlichen Ursprunges und entstehen durch Schwankungen der Sonnenaktivität und des geomagnetischen Dipolfeldes. Das ¹⁴C/¹²C-Verhältnis änderte sich zum Beispiel zwischen dem 16. und 19. Jahrhundert um 2% (De Vries 1958). Des Weiteren gibt es durch den Menschen verursachte Schwankungen durch die Verbrennung fossiler Energieträger und durch Kernwaffentests. Durch das Verbrennen fossiler Energieträger sinkt das ¹⁴C/¹²C-Verhältnis ab (Suess-Effekt), da die verbrannten
Substanzen durch ihr Alter kaum noch ¹⁴C enthalten (Suess 1955). Durch die Kernwaffenversuche sind die ¹⁴C-Werte in der Atmosphäre seit den 1960er Jahren stark angestiegen und nähern sich erst heute wieder dem natürlichen Hintergrund (Moser 2004).

Dem sehr salzigen Granitwasser wird ein ¹⁴C-Gehalt von 0 pMC zugeordnet. Die hohe Mineralisierung dieses Wassers diente als Indiz für eine hohe Verweilzeit, dieser Wert stellt aber nur eine grobe Schätzung dar, da aber dieses Wasser einen maximalen Anteil von 1,5% in einer Zelle hatte, spielt es nahezu keine Rolle für die Modellierung mit ¹⁴C, ob der ¹⁴C-Gehalt nun 0 pMC oder 10 pMC beträgt.

Den beiden Grundwasserproben aus Swartbank und Gobabeb wurde der gleiche Gehalt an ¹⁴Kohlenstoff zugeordnet. Für diesen Wert wurde eine obere Grenze von 54,62 pMC und eine untere Grenze von 29,83 pMC ermittelt. Diese Werte wurden aus hydrogeologischen Überlegungen ermittelt und sind damit mit Vorsicht zu betrachten. Um die Werte zu ermitteln, wurde angenommen, dass das Grundwasser in Swartbank und Gobabeb komplett aus dem Granit zufließt. Für den Granitaquifer, der auf den ungefähr 50 km bis zur Wasserscheide 100 m ansteigt, wurde eine Dreiecksform angenommen. Die Grundwasserneubildung wurde auf 0,1 mm/a geschätzt, so dass sich mit angenommenen Porositäten von 1% beziehungsweise 2% eine Verweilzeit des Wassers im Aquifer nördlich des Kuiseb von 5000 bis 10000 Jahre ergibt, woraus die oben genannten ¹⁴C-Werte über das Zerfallsgesetz errechnet werden können. Hier muss nocheinmal angemerkt werden, dass es sich um eine Schätzung handelt, die aufgrund der Datenlage unbedingt nötig war.

7.2.2 Vorwärtsmodellierung des Grundwassersystems mit ¹⁴C

In der inversen Modellierung der einzelnen Zellen mit geogenen Tracern wurden verschiedene mögliche Zuflussvarianten ermittelt, die natürlich aufgrund ihrer Fehler als mehr oder weniger gut zu bewerten sind. In der folgenden Modellierung wurde mit jeder dieser Varianten eine Vorwärtsmodellierung des ¹⁴C-Wertes der entsprechenden Zelle durchgeführt. Mit Gleichung (45) wurde der ¹⁴C-Gehalt unter Berücksichtigung der verschiedenen Zuflüsse berechnet, als Anpassungsparameter diente die mittlere Verweilzeit. Auf diese Weise erhält man eine Spannweite der mittleren Verweilzeiten der Modellierung aufgrund ihrer nicht plausiblen Verweilzeiten ausschließen. Die Spannweite der mittleren Verweilzeiten wird durch eine untere Grenze und obere Grenze eingerahmt, die durch die ¹⁴C-Konzentrationen von 29,83 pMC und 54,62 pMC bestimmt werden. Zusätzlich lässt sich noch der Mittelwert der mittleren Verweilzeit angeben.

In der Modellierung haben zwei Faktoren einen Einfluss auf die Spannweite der ermittelten mittleren Verweilzeit. Zum einen die Modellvariante aus der inversen Modellierung und zum anderen die obere und untere Grenze des ¹⁴C-Gehalts des Grundwasserzustroms aus dem Granit. So gibt es für jede Variante eine untere und eine obere Grenze für die mittlere Verweilzeit und bei gleichem Input eine Spannbreite durch die unterschiedlichen Varianten. Bildet eine Zelle einen Zufluss zu einer weiteren Zelle, wird der in der Zelle gemessene Wert als ¹⁴C-Gehalt des Zuflusses verwendet.

7.2.2.1 Modellierung der Zelle 1

Für Zelle 1 wurden durch die inverse Modellierung neun verschiedene Modellvarianten berechnet (Abschnitt 7.1.1). In Zelle 1 tritt das Problem auf, dass dort ein ¹⁴C-Gehalt von 108,3 pMC gemessen wurde und dieser sich mit den gewählten ¹⁴C-Werten der ungemessenen Zuflüsse nicht plausibel modellieren lässt. Hiermit würden sich negative

Verweilzeiten von bis zu über 3000 Jahren ergeben. Selbst ein ¹⁴C-Wert von 100 pMC in der Zelle ließe sich nicht modellieren, da der Grundwasseranteil in der Zelle 1 zwischen 22,7% und 41,5% liegt. Der Input über das Flutwasser müsste für diese Zelle eventuell an die ¹⁴C-Werte des Niederschlags gekoppelt werden. Für die meisten anderen Zellen ist eine Kopplung an den Niederschlag nicht nötig, da ihre Verweilzeiten so groß sind, dass die Erhöhung des ¹⁴C-Gehaltes im Niederschlag durch die Kernwaffenversuche keinen oder nur einen geringen Einfluss auf sie haben. Eine weitere Erklärung für die fehlgeschlagene Modellierung ist die Art der Probeentnahme, eventuell wurde nur Wasser aus dem oberen Bereich der Zelle beprobt, welches durch die Kernwaffentests eine erhöhte ¹⁴C-Konzentration aufweist und somit die Bedingung der kompletten Durchmischung verletzt.

7.2.2.2 Modellierung der Zelle 2

Es wurden für Zelle 2 acht verschiedene Varianten durch die inverse Modellierung mit geogenen Tracern berechnet (Abschnitt 7.1.2). Mit einem ¹⁴C-Gehalt von 29,83 pMC für den Grundwasserzufluss ergeben sich mittlere Verweilzeiten zwischen 1098 und 1575 Jahren und ein Mittelwert von 1298 Jahren, mit einem ¹⁴C-Gehalt von 54,62 pMC ergeben sich mittlere Verweilzeiten von 1444 bis 1775 Jahren und ein Mittelwert von 1577 Jahren. In Tabelle 2 sind die zu jeder Variante gehörende untere und obere Grenze der mittleren Verweilzeit, der Mittelwert der mittleren Verweilzeit und der zu jeder Variante gehörende Wasserbilanzfehler zusammengefasst. Die mittleren Verweilzeiten innerhalb einer Variante unterscheiden sich aufgrund des unterschiedlichen Inputs über das Grundwasser um 200 bis 346 Jahre. Die Varianten, bei denen zusätzlich noch die Zelle 1 als Zufluss in Zelle 2 fungiert, sind zwar die beiden Varianten, mit denen sich die beiden höchsten Verweilzeiten für Zelle 2 ergeben, doch gibt es hier keine großen Differenzen zu den anderen ermittelten mittleren Verweilzeiten. Die Abbildung 18 zeigt die mittleren Verweilzeiten, in Abhängigkeit vom Fehler in der Wasserbilanz, der entsprechenden Modellvariante.



Abbildung 18: Mittlere Verweilzeit in Zelle 2 in Abhängigkeit vom Wasserbilanzfehler

Die Fehlerbalken geben die Spannweite der mittleren Verweilzeiten wieder und entsprechen der unteren und oberen Grenze aus der Variation des ¹⁴C-Gehaltes im Gobabeb-Grundwasser. Die Werte der Verweilzeiten sind sich sehr ähnlich, somit können die Zuflussvarianten durch die ¹⁴C-Modellierung nicht unterschieden werden.

Variante	Untere	Obere	Mittelwert	Eahlar W/B
vanante	Grenze VZ	Grenze VZ	mittlere VZ	
2a	1240	1533	1386.5	5.07%
2b	1240	1533	1386.5	5.07%
2c	1291	1565	1428	2.45%
2d	1098	1444	1271	0.43%
2e	1272	1553	1412.5	0.69%
2f	1221	1521	1371	2.01%
2g	1450	1695	1572.5	3.82%
2h	1575	1775	1675	0

Tabelle 2: Ergebnisse der ¹⁴C Modellierung der Zelle 2

7.2.2.3 Modellierung der Zelle 3

Hier lagen aus der inversen Modellierung mit geogenen Tracern 14 verschiedene Modellierungsvarianten vor (Abschnitt 7.1.3). Die ¹⁴C-Konzentration in Zelle 3 beträgt 69,6 pMC. Aus der Modellierung ergaben sich als untere Grenze mittlere Verweilzeiten von -297 bis 975 Jahren und als obere Grenze mittlere Verweilzeiten von 368 bis 1747 Jahren. In Tabelle 3 sind die zu den Varianten gehörenden mittleren Verweilzeiten (untere und obere Grenze, Mittelwert) zusammengefasst. Es ist zu erkennen, dass die mittleren Verweilzeiten stark unterschiedlich sind und dass bei manchen Varianten negative Verweilzeiten vorkommen, dies kann man sich bei der Interpretation der Daten zunutze machen.

Variante	Untere Grenze VZ	Obere Grenze VZ	Mittelwert mittlere VZ	Wasserbilanzfehler
3a	-68	458	195	24.95%
3b	408	1418	913	22.81%
3c	-68	458	195	24.95%
3d	425	1418	921.5	22.81%
3e	975	1747	1361	0.71%
3f	975	1747	1361	0.71%
3g	975	1747	1361	0.71%
3h	425	1418	921.5	22.81%
3i	63	532	297.5	1.37%
Зј	288	1349	818.5	26.91%
3k	975	1747	1361	0.71%
3m	-297	368	35.5	0.98%
3n	-297	368	35.5	0.98%
30	-297	368	35.5	0.98%
Зр	1649	1649	1649	1.39%

 Tabelle 3: Ergebnisse der ¹⁴C Modellierung der Zelle 3

Stellt man nun die mittleren Verweilzeiten in Abhängigkeit vom Fehler in der Wasserbilanz der entsprechenden Modellierungsvariante dar (Abbildung 19), kann man keinen Zusammenhang zwischen den beiden Parametern erkennen. Es gibt also keinen Bereich der mittleren Verweilzeit, der direkt mit einem geringen Fehler in der Wasserbilanz zusammenhängt. Die mittleren Verweilzeiten befinden sich zwischen 35,5 und 1649 Jahren, die obere Grenze der Verweilzeiten, für eine ¹⁴C-Konzentration des Grundwasserzustroms von 54,62 pMC, in den Bereichen von 288 bis 532 Jahren und von 1349 bis 1747 Jahren. Die untere Grenze der mittleren Verweilzeiten liegt zwischen 975 und -297 Jahren.



Abbildung 19: Mittlere Verweilzeit in Zelle 3 in Abhängigkeit vom Fehler in der Wasserbilanz

7.2.2.4 Modellierung der Zelle 4

Für die Zelle 4 gibt es zehn verschiedene Modellierungsvarianten, die aber alle nur geringe Abweichungen voneinander zeigen. Bei der Modellierung liegen die mittleren Verweilzeiten für einen ¹⁴C-Gehalt des Grundwassers von 29,83 pMC zwischen 164 und 388 Jahren, mit einem Mittelwert von 313 Jahren, für einen ¹⁴C-Gehalt des Grundwassers von 54,62 pMC liegen die mittleren Verweilzeiten zwischen 334 und 477 Jahren, mit einem Mittelwert von 429 Jahren.

Varianto	Untere	Obere	Mittelwert	Wasserbilanz
variante	Grenze VZ	Grenze ZV	mittlere VZ	Fehler
4a	352	454	403	14.89%
4b	388	477	432.5	11.24%
4c	334	442	388	11.56%
4d	316	431	373.5	11.92%
4e	310	427	368.5	0.00%
4f	280	407	343.5	0.85%
4g	382	473	427.5	14.75%
4h	352	454	403	10.54%
4i	256	392	324	9.43%
4j	164	334	249	0.07%

Tabelle 4: Ergebnisse der ¹⁴C-Modellierung der Zelle 4

Die Differenz vom minimalen zum maximalen Einfluss des Flutwassers liegt in Zelle 4 bei 3,7 Prozentpunkten, was bei einer ¹⁴C-Konzentration im Grundwasser von 29,83 pMC die Verweilzeit zwischen 164 und 388 Jahren schwanken lässt. In Tabelle 4 sind die Ergebnisse der ¹⁴C-Modellierung dargestellt und die zu den einzelnen Varianten gehörenden mittleren Verweilzeiten (untere und obere Grenze, Mittelwert) zusammengefasst.

7.2.2.5 Modellierung der Zelle 5

Durch die inverse Modellierung wurden 18 verschiedene Zuflussvarianten für Zelle 5 ermittelt (Kapitel 7.1.5). Dadurch, dass direkter Grundwasserzustrom in keiner Variante einen Beitrag zu Zelle 5 leistet, ergibt sich nur eine mittlere Verweilzeit für jede Modellierungsvariante. Diese mittlere Verweilzeit liegt zwischen 1966 und 2636 Jahren. In Abbildung 20 ist zu erkennen, dass mit steigender Verweilzeit der Fehler in der Wasserbilanz abnimmt. Es scheint, dass der Fehler in der Wasserbilanz zusammen mit den Verweilzeiten einen Hinweis auf die Zuflussbedingungen in Zelle 5 gibt. Alle Varianten mit einer mittleren Verweilzeit von unter 2300 Jahren weisen hohe Fehler in der Wasserbilanz auf, Variante 51 bildet hier mit einer Verweilzeit von 1966 und einem Fehler in der Wasserbilanz von 5,62% eine Ausnahme. In Abbildung 20 sind die mittleren Verweilzeiten in Abhängigkeit vom Fehler in der Wasserbilanz dargestellt, hier lassen sich drei Cluster erkennen:

- Verweilzeiten um 2500 Jahre bei geringem Fehler in der Wasserbilanz
- Verweilzeiten um 2250 Jahre bei großem Fehler in der Wasserbilanz
- eine Verweilzeit von unter 2000 Jahren bei geringem Wasserbilanzfehler.



Abbildung 20: Mittlere Verweilzeit in Zelle 5 in Abhängigkeit vom Fehler in der Wasserbilanz

Zusätzlich ist erkennbar, dass die Verweilzeiten bei abnehmendem Fehler in der Wasserbilanz zunehmen. Die Modellvarianten mit geringerer Verweilzeit und großem Fehler in der Massenbilanz sind die Varianten, bei denen der Flutwasseranteil keine Rolle spielt. In Tabelle 5 sind die Ergebnisse der ¹⁴C-Modellierung dargestellt und die zu den einzelnen Varianten gehörenden mittleren Verweilzeiten (untere und obere Grenze, Mittelwert) zusammengefasst.

Variante	mittlere Verweilzeit	Fehler WB
5a	2410	10.58%
5b	2512	3.96%
5c	2538	3.76%
5d	2493	10.64%
5e	2503	11.67%
5f	2597	0.00%
5g	2636	6.56%
5h	2606	0.00%
5i	2254	31.36%
5j	2188	31.56%
5k	2493	1.69%
51	1966	5.62%
5m	2636	6.57%
5n	2512	3.96%
50	2598	5.95%
5р	2254	23.89%
5q	2254	24.35%
5r	2254	21.42%
5s	2519	0.50%

Tabelle 5: Ergebnisse der ¹⁴C-Modellierung der Zelle 5

7.2.2.6 Modellierung der Zelle 6

Die ¹⁴C-Konzentration in Zelle 6 liegt bei 86 pMC. Es liegen elf verschiedene Modellierungsvarianten aus der inversen Modellierung vor. Auch für Zelle 6 besteht, wie in Zelle 5, kein direkter Zufluss von Grundwasser aus dem Granit. Daher gibt es auch hier nur eine mittlere Verweilzeit für jede Modellierungsvariante. Die Wertespanne der mittleren Verweilzeit für Zelle 6 liegt zwischen 374 und 933 Jahren, ein weiterer Wert liegt bei -432 Jahren (Tabelle 6).

Variante	mittlere Verweilzeit	Fehler WB
6a	495	8.52%
6b	-432	25.34%
6c	515	6.79%
6d	502	8.48%
6e	933	0.00%
6f	435	5.18%
6g	407	0.12%
6h	495	8.52%
6i	495	8.52%
6j	583	4.15%
6k	531	5.42%
61	374	15.10%

Tabelle 6: Ergebnisse der ¹⁴C-Modellierung der Zelle 6

Die mittlere Verweilzeit von 933 Jahren unterscheidet sich deutlich von den anderen positiven Werten, die alle zwischen 374 und 583 Jahren liegen. Die Variante 6b mit

negativer mittlerer Verweilzeit ist auch die Modellvariante, die in der inversen Modellierung mit 25,34% den größten Fehler in der Wasserbilanz aufweist.

7.2.2.7 Modellierung der Zelle 7

Die Modellierung mit ¹⁴C gestaltete sich, wie schon die inverse Modellierung mit geogenen Tracern, schwierig. Dort konnte nur durch die Kombination mit den Brunnen der Zelle 3 eine Lösung für die Zuflüsse zu Zelle 7 ermittelt werden. Mit diesen beiden Lösungsvarianten wurde nun die ¹⁴C-Modellierung durchgeführt. Im Brunnen 7892, der die Zelle 7 repräsentiert, liegt eine ¹⁴C-Konzentration von 81 pMC vor, dies ist der Wert, an den die erste Modellierung angepasst wird. In der zweiten Modellierung beträgt die ¹⁴C-Konzentration 73.4 pMC und wird über die Mittelwertbildung der ¹⁴C-Konzentration mit den Brunnen der Zelle 3 gebildet. Passt man nun die modellierte an die gemessene ¹⁴C-Konzentration über die mittlere Verweilzeit der Zelle an, so ergeben sich die in Tabelle 7 dargestellten mittleren Verweilzeiten. Die Verweilzeiten liegen für eine ¹⁴C-Konzentration von 81 pMC und Variante A bei -433 und 396 Jahren und für Variante B bei -1386 und -811 Jahren. Bei einer ¹⁴C-Konzentration von 73,4 pMC liegen die Verweilzeiten für Variante A bei 372 und 1211 Jahren und für Variante B bei -572 und 3 Jahren. Bei Betrachtung der Ergebnisse ist zu erkennen, dass Variante A für beide möglichen ¹⁴C-Konzentrationen die schlüssigeren Werte liefert und somit eher der Wirklichkeit des Systems entspricht. Auch ist die Modellvariante A diejenige mit dem kleineren Fehler in der Wasserbilanz.

Variante	Untere	Obere	Mittelwert	Fehler WB	
		Grenze VZ	Grenze VZ	mittlere VZ	
	37a	372	1211	791.5	4.40%
	37b	-572	3	-284.5	7.08%
	7-37a	-443	396	-23.5	4.40%
	7-37b	-1386	-811	-1098.5	7.08%

Tabelle 7: Ergebnisse der ¹⁴C-Modellierung der Zelle 7

7.2.2.8 Modellierung der Zelle 8

Für die Zelle 8 liegen sechs verschiedene Zuflussvarianten aus der inversen Modellierung vor. Der gemessene ¹⁴C-Gehalt in Zelle 8 liegt bei 100,4 pMC, dies bereitet bei der Vorwärtsmodellierung natürlich nicht lösbare Probleme, da der Zufluss mit der höchsten ¹⁴C-Konzentration das Flutwasser des Kuiseb mit 100 pMC ist und dieser Zufluss nur in einer der Varianten eine Rolle spielt. In den meisten Zuflussvarianten spielt der Wasserfluss aus Zelle 4 die entscheidende Rolle. Daher kann man annehmen, dass hier nur der obere Bereich der Zelle 8 bei der ¹⁴C-Beprobung einbezogen wurde und somit das Kriterium der kompletten Durchmischung verletzt wurde. Leider liegen keine genauen Unterlagen über das Vorgehen bei der Probeentnahme vor, so dass dies nicht geklärt werden kann. Aber auch die Einordnung der Zelle 8 in den unteren Aquifer, mit den erhöhten Salzgehalten, ist ein Hinweis darauf, dass die tatsächliche ¹⁴C-Konzentration in Zelle 8 deutlich geringer sein müsste.

7.2.2.9 Modellierung der Zelle 9

Durch die inverse Modellierung der Zelle 9 wurden 16 verschiedene Modellierungsvarianten ermittelt. In drei dieser Varianten spielt der Grundwasserzustrom aus dem Granit eine Rolle, somit ergeben sich für diese Varianten eine obere und eine untere Grenze der mittleren Verweilzeit. Für alle anderen Varianten ergibt sich jeweils nur eine Verweilzeit. Die Verweilzeiten liegen zwischen 1367 und 3221 Jahren, bei einem ¹⁴C-Gehalt von 28,83 pMC im Grundwasserzustrom aus Norden, und zwischen 1903 und 3221 Jahren (Tabelle 8), bei einem ¹⁴C-Gehalt von 54,62 pMC im Grundwasserzustrom aus Norden. In den drei Varianten, bei denen dieser Grundwasserzustrom eine Rolle spielt, liegen die Verweilzeiten zwischen 1367 und 1903 Jahren, 2122 und 2557 Jahren und 2208 und 2610 Jahren.



Abbildung 21: Mittlere Verweilzeit in Zelle 9 in Abhängigkeit vom Fehler in der Wasserbilanz

Variante	Untere Grenze VZ	Obere Grenze VZ	Mittelwert mittlere VZ	Fehler WB
9a	-	-	3157	0.00%
9b	-	-	3198	43.37%
9c	-	-	3300	27.23%
9d	2122	2557	2339.5	19.65%
9e	-	-	3152	0.00%
9f	1367	1903	1635	41.96%
9g	-	-	3198	43.37%
9h	-	-	2512	32.07%
9i	-	-	2512	32.07%
9ј	-	-	2512	32.07%
9k	-	-	2745	23.81%
91	-	-	2921	11.23%
9m	-	-	3205	10.21%
9n	-	-	2921	11.23%
90	2208	2610	2409	17.09%
9p	-	-	2950	0.00%
9q	_	_	3221	0.00%
9r	_	_	2445	49.56%
9s	-	-	3205	10.21%

Tabelle	8:	Ergebnisse	der	¹⁴ C	Model	lierung	der	Zelle	9
Labene	••	Ligeomisse	uu	\sim	muuu	nerung	uu	Lunc	-

Abbildung 21 gibt den Zusammenhang zwischen der mittleren Verweilzeit und dem Fehler in der Wasserbilanz wieder. Für die drei Modellvarianten mit einem Zufluss von Swartbank-Grundwasser ist der Mittelwert dargestellt und die Fehlerbalken zeigen die obere und untere Grenze der mittleren Verweilzeiten an. Aus dieser Abbildung geht kein Zusammenhang zwischen mittlerer Verweilzeit in der Zelle 9 und dem Fehler in der Wasserbilanz hervor. Somit ist festzustellen, dass die Betrachtung der mittleren Verweilzeiten für die Zelle 9 kaum eine genauere Eingrenzung der möglichen Modellvarianten liefert. Tendenziell liegt die mittlere Verweilzeit in Zelle 9 um 3000 Jahre, denn die Modellvarianten mit den geringsten Fehlern, in diesem Fall alle Varianten, deren Wasserbilanzfehler kleiner gleich 11,23% ist, ergeben eine mittlere Verweilzeit in diesem Bereich.

7.2.2.10 Modellierung der Zelle 10

Aus der inversen Modellierung der Zelle 10 (Abschnitt 7.1.10) wurden zehn verschiedene Zuflussszenarien berechnet, daraus ergeben sich 6 verschiedene Zuflussvarianten. Aus der ¹⁴C-Modellierung erhält man, für die untere Grenze der mittleren Verweilzeit der Zelle 10, Werte zwischen 1078 und 2801 Jahren, dazu kommen zwei negative mittlere Verweilzeiten, und für die obere Grenze Werte zwischen 893 und 2801 Jahren, mit einem zusätzlichen negativen Wert (Tabelle 9). Betrachtet man nur Zuflussszenarien zur Zelle 10 mit einem Wasserbilanzfehler von unter 15%, so hat man als untere Grenze der mittleren Verweilzeit Werte zwischen 1078 und 1664 Jahren und als obere Grenze Werte zwischen 893 und 2110 Jahren. Mit einer genauen Bestimmung des ¹⁴C-Gehaltes im Grundwasser in Swartbank und Gobabeb wäre eine noch genauere Bestimmung möglich.

Variante	Untere Grenze VZ	Obere Grenze VZ	Mittelwert mittlere VZ	Fehler WB
10a	1285	1880	1582.5	4.05%
10b	-	-	2801	16.25%
10c	-1547	-35	-791	3.21%
10d	1664	2110	1887	4.27%
10e	-405	893	244	4.21%
10f	1664	2110	1887	4.27%
10g	1285	1880	1582.5	4.05%
10h	1078	1634	1356	5.81%
10i	1664	2110	1887	4.27%
10j	-405	893	244	4.21%

Tabelle 9: Ergebnisse der ¹⁴C-Modellierung der Zelle 10

Bei der ¹⁴C-Modellierung der Zelle 10 lässt sich kein Zusammenhang zwischen dem Fehler in der Wasserbilanz und den Verweilzeiten erkennen (Abbildung 22). In dieser Abbildung sind die Mittlelwerte der mittleren Verweilzeiten dargestellt, die Fehlerbalken geben die Spannbreite der Verweilzeit an, falls Grundwasser aus Swartbank mit seiner geschätzten ¹⁴C-Konzentration zufließt. Werte im negativen Bereich wurden nicht berücksichtigt. Aufgrund der Abbildung 22, könnten eventuell die drei Varianten mit Verweilzeiten um 1500 Jahren als der Natur am nächsten liegend angesehen werden. Aber auch hier wäre es hilfreich, zu wissen, mit welcher ¹⁴C-Konzentration das Grundwasser aus Swartbank dem System zufließt.



Abbildung 22: Mittlere Verweilzeit in Zelle 10 in Abhängigkeit vom Fehler in der Wasserbilanz

7.3 Interpretation der Ergebnisse aus beiden Modellierungen

Im Folgenden sollen die Ergebnisse aus der inversen Mixing-Cell-Modellierung mit den Ergebnissen aus der Modellierung mit ¹⁴Kohlenstoff zusammengeführt werden. Das Ziel hierbei ist die Reduzierung der Anzahl möglicher Modellvarianten, indem sowohl auf die Fehler der Wasserbilanz und der Tracermassenbilanzen geachtet wird als auch auf die mittleren Verweilzeiten der ¹⁴C-Modellierung. Zusätzlich wurde noch die mittlere Verweilzeit der einzelnen Zellen berechnet. Hier wird, mit Ausnahmen, nur ein Wert angegeben, der sich aus den plausiblen Modellvarianten zusammensetzt.

7.3.1 Zelle 1

Für Zelle 1 ist eine Zusammenführung der Ergebnisse nicht möglich, da die Vorwärtsmodellierung mit ¹⁴C keine befriedigenden Ergebnisse lieferte, sondern negative mittlere Verweilzeiten. Die möglichen Gründe sind im Abschnitt 7.2.2.1 schon diskutiert worden. Wird ein maximaler Fehler von 15% in der Wasserbilanz (ähnlich wie in Dahan et al. 2004) und 30% in den einzelnen Tracermassenbilanzen zugelassen, beschränken sich die möglichen Zuflüsse auf die Varianten 1h und 1i, wobei sich alle Varianten, auch die mit größeren Fehlern, ähnlich sind. Beschränkt man sich aber auf die Varianten 1h und 1i, kann man sagen, dass sich die Zelle 1 aus ungefähr 62% Flutwasser und 38% Gobabeb-Grundwasser zusammensetzt. Dies lässt sich aber nicht durch die Modellierung mit ¹⁴C bestätigen.

7.3.2 Zelle 2

In Zelle 2 konnte weder die inverse Modellierung noch die Modellierung mit ¹⁴C deutliche Unterschiede in den einzelnen Modellvarianten aufzeigen. Die einzelnen Varianten aus der inversen Modellierung liegen sehr nahe beisammen, nur zwei der Varianten beinhalten zusätzlich eine dritte Komponente, einem Zustrom aus Zelle 1. Diese beiden Varianten sind zwar diejenigen, mit den beiden höchsten mittleren Verweilzeiten, aber diese Verweilzeiten unterscheiden sich kaum von den mittleren Verweilzeiten der anderen Modellvarianten. Berücksichtigt man noch, dass die ¹⁴C-Konzentration der Zelle 1 mit 108

pMC wohl zu hoch ist, würde sich die mittlere Verweilzeit der Zelle 2 aus den entsprechenden Modellvarianten noch stärker den Verweilzeiten aus den anderen Modellvarianten annähern. Somit kann man sagen, dass sich Zelle 2 aus 9,3% bis 15,4% Grundwasser aus dem Granit und aus 76,6% bis 87,6% Flutwasser zusammensetzt. Es besteht die Möglichkeit eines Zuflusses aus Zelle 1, dies kann aber nicht abschließend geklärt werden. Berechnet man aus allen Modellvarianten eine ungewichtete mittlere Verweilzeit liegt, diese bei 1438 Jahren.

7.3.3 Zelle 3

Betrachtet man die Varianten, die aus der inversen Mischungszellenmodellierung ermittelt wurden, sieht man einige Varianten mit einem großen Fehler von über 20% in der Wasserbilanz, bei denen auch die Fehler der Massenbilanzen der Tracer recht hoch sind, als Grenzwert dienen 15% Fehler in der Wasserbilanz und 30% Fehler bei den Tracern. Mehrere der Modellvarianten haben sowohl geringe Fehler in der Wasserbilanz als auch geringe Fehler in den Tracermassenbilanzen (Varianten: 3e, 3f, 3g, 3i, 3k, 3m, 3n, 3o und 3p). Durch die Mischungszellenmodellierung mit ¹⁴C als Tracer kann man für diese Varianten deutliche Unterschiede feststellen. So sind wohl die Varianten 3m, 3n und 3o auszuschließen, da ihre Verweilzeiten sehr gering sind oder sogar im negativen Bereich liegen. Dies lässt sich nicht mit absoluter Genauigkeit sagen, so lange der ¹⁴C-Gehalt des Grundwasserzustroms nicht bekannt ist, aber die Daten aus der ¹⁴C-Modellierung sind als Hinweis darauf zu werten.



Abbildung 23: Mögliche Zuflussvarianten in Zelle 3 nach Auswertung der Modellierung

Berücksichtigt man, dass mehrer Varianten das gleiche Ergebnis liefern, bleiben nach Betrachtung der Ergebnisse beider Modellierungen die Varianten 3e, 3i und 3p als mögliche Zuflussvarianten. Hierbei haben 3e und 3p ähnliche mittlere Verweilzeiten, daraus errechnet sich eine mittlere Verweilzeit des Wassers in Zelle 3 von 1505 Jahren. Nach Variante 3p würde sich eine mittlere Verweilzeit von 297,5 Jahren ergeben, diese Variante ist aufgrund der geringen Verweilzeit mit Vorsicht zu betrachten, da Zelle 3 eine der größeren Zellen des Grundwassersystems zu sein scheint. In Abbildung 23 sind die drei nach Betrachtung der Ergebnisse der inversen Modellierung und der Vorwärtsmodellierung mit ¹⁴C verbliebenen möglichen Zuflussvarianten in Zelle 3 abgebildet.

7.3.4 Zelle 4

Bei den unterschiedlichen Modellvarianten wurden weder durch die inverse Modellierung noch durch die sich anschließende Modellierung mit ¹⁴C die Anzahl der Möglichkeiten eingegrenzt. Die Fehler in den Wasserbilanzen und den Tracerbilanzen sind mit Ausnahme der Varianten 4a und 4g, bei denen Calcium als Tracer verwendet wurde, gering. Wird Kalium in einer Variante als Tracer verwendet, liegt der Fehler in der Wasserbilanz zwischen 9,43% und 11,92%, werden weder Ca noch K verwendet, liegt der Fehler zwischen 0% und 0,85%. Die mittleren Verweilzeiten variieren auch nur in einem geringen Bereich zwischen 249 und 472,5 Jahren. Als Annahme fließt ein, dass das zur Zelle 4 beitragende Grundwasser dem aus Swartbank und nicht dem aus Gobabeb entspricht, so dass Variante 4b nicht berücksichtigt wird. Zusammenfassend ist festzustellen, dass die verschiedenen Varianten in Zelle 4 sich nur geringfügig unterscheiden und auch die Mixing-Cell-Modellierung mit ¹⁴C keine wirklichen Unterschiede zwischen den Varianten aufzeigt. Schließt man die Varianten aus, bei denen entweder Calcium als Tracer oder das Gobabeb-Grundwasser als Source verwendet wurde, setzt sich Zelle 4 aus 4,8% bis 7,9% Swartbank-Grundwasser und 92,1% und 95,2% Flutwasser aus dem Kuiseb zusammen. Die mittlere Verweilzeit dieser Zelle, verstanden als Mittelwert zwischen oberer und unterer Grenze der mittleren Verweilzeiten, liegt bei 350 Jahren. Alle Modellvarianten liegen hier so nahe beisammen, dass sie praktisch identisch sind.

7.3.5 Zelle 5

Die Ergebnisse der einzelnen Modellierungsvarianten der Zelle 5 aus der inversen Modellierung sind in Abbildung 13 (Seite 48) dargestellt. Hier gibt es grob gegliedert drei verschiedene Gruppen. Die erste Gruppe besteht aus Varianten mit 40% bis 60% Flutwasseranteil und Wasser der Zelle 4, die zweite Gruppe besteht zu einem großen Teil aus Wasser der Zelle 4 und keinem Flutwasser und die dritte Gruppe (Variante 51) besteht zu 39% aus Flutwasser, zu 42,4% Wasser der Zelle 2 und zu 18,7% aus Wasser der Zelle 4. Die Varianten der ersten beiden Gruppen enthalten bis maximal 9,4% Wasser aus Zelle 2. Auch in der Modellierung mit Hilfe der ¹⁴C-Konzentrationen bilden sich genau diese Gruppen heraus (Abschnitt 7.2.2.5), auch wenn die Unterschiede in den mittleren Verweilzeiten eher gering sind. Zusätzlich haben die Varianten der zweiten Gruppe einen großen Fehler in der Wasserbilanz (Tabelle 5, Seite 60). Somit lassen sich die Varianten der zweiten Gruppe (5i, 5i, 5p, 5g und 5r) aufgrund ihres Wasserbilanzfehlers (>15%) und den noch zusätzlich anderen mittleren Verweilzeiten als realistische Zuflussvarianten ausschließen. Ein weiterer Ausschluss der verschiedenen Varianten gestaltet sich schwierig. Hier könnte man den Fehler in den Massenbilanzen der Tracer als Grundlage nehmen. Setzt man z.B. eine Abweichung von 30% in den Massenbilanzen der Tracer als Kriterium, bleiben nur noch vier Varianten der ersten Gruppe (5f, 5g, 5h und 5o) und die Variante 51 übrig. Diese Varianten der ersten Gruppe haben einen direkten Flutwasseranteil von 53% bis 59,1%, einen Anteil von Wasser aus Zelle 2 zwischen 0% und 2,9% und einen Anteil von Wasser aus Zelle 4 zwischen 40,7% und 47%. Es lässt sich nun nicht eindeutig klären, ob die Zelle 5 eher den Varianten 5f, 5g, 5h und 50 mit ihrer mittleren Verweilzeit von 2609 Jahren oder der Variante 51 mit ihrer mittleren Verweilzeit von 1966 Jahren entspricht, beides ist möglich. Aber es war möglich, die Anzahl der verschiedenen Varianten deutlich zu reduzieren; die möglichen Varianten sind in Abbildung 24

dargestellt, im Gegensatz dazu sind in Abbildung 13 (Seite 48) die ursprüngliche Anzahl an Zuflussvarianten in Zelle 5 dargestellt.



Abbildung 24: Mögliche Zuflussvarianten in Zelle 5 nach Auswertung der Modellierung.

7.3.6 Zelle 6

Betrachtet man die Modellvarianten der Zelle 6 (Abbildung 14, Seite 49) so sieht man, dass sie in drei Gruppen unterteilbar sind. Die erste Gruppe enthält Modellvarianten, nach denen sich die Zelle 6 aus Flutwasser und Wasser aus den Zellen 5 und 8 zusammensetzt, die zweite Gruppe besteht aus der Variante 6b, nach der sich Zelle 6 aus den Zellen 5 und 8 zusammensetzt, die dritte Gruppe besteht aus den beiden Modellvarianten, nach denen sich die Zelle 6 aus Wasser der Zellen 4, 5 und 8 zusammensetzt und kein Flutwasser enthält. Man kann die Modellvariante 6b sehr einfach ausschließen, da sich neben ihrem Wasserbilanzfehler von 25,34% eine negative mittlere Verweilzeit des Wassers in Zelle 6 aus der Mischungszellenmodellierung mit ¹⁴C ergibt. Zusätzlich ist die Variante 6e, die für die Gruppe 1 sowohl einen weit überdurchschnittlichen Flutwasseranteil als auch eine nahezu verdoppelte mittlere Verweilzeit ergibt, mit äußerster Vorsicht zu betrachten oder direkt als mögliche Zusammensetzung der Zelle 6 auszuschließen. Hinzu kommt hier noch die Verwendung von Calcium als Tracer. Vergleicht man die Gruppe 1 und 3 der Zusammensetzungen für die Zelle 6 sieht man, dass sie beide ähnliche mittlere Verweilzeiten von ungefähr 500 Jahren aufzeigen. Aufgrund des Wasserbilanzfehlers von über 15% kann die Variante 61 im Weiteren unberücksichtigt bleiben. Die Variante 6k unterscheidet sich von den anderen Varianten vor allem dadurch, dass ihr direkter Flutwasseranteil durch Wasser der Zelle 4 ersetzt ist, da aber Zelle 4 zu ungefähr 95% aus Flutwasser besteht und der ¹⁴C-Gehalt in Zelle 4 sich von dem des Flutwassers nur gering unterscheidet (92,6 pMC zu 100 pMC), ist es nicht möglich, zu unterscheiden, ob der Zufluss direkt oder indirekt über die Zelle 4 stattfindet. Die mittlere Verweilzeit für die Zelle 6 beträgt 495 Jahre, hier sind die Varianten 6b, 6e und 6l unberücksichtigt und alle anderen Modellierungsvarianten gleich gewichtet. Abbildung 25 stellt die verbliebenen möglichen Mischungsverhältnisse der Zelle 6 dar, nachdem doppelte Varianten und Varianten mit zu großen Fehlern oder unplausiblen Verweilzeiten ausgeschlossen worden sind. Hier ist zu bemerken, dass sich sechs der Varianten sehr ähnlich sind und nur die Variante 6k deutlich verschieden ist; deshalb kann von zwei unterschiedlichen Zuflussvarianten ausgegangen werden.



Abbildung 25: Mögliche Zuflussvarianten in Zelle 6 nach Auswertung der Modellierung

7.3.7 Zelle 7

In Zelle 7 konnte, wie in den Abschnitten 7.1.7 und 7.2.2.7 erwähnt, keine Variante ermittelt werden, die die Zusammensetzung der Zelle 7 mit genügender Genauigkeit wiedergegeben hat. Unter Verwendung des Kunstgriffes der Kombination der Zellen 3 und 7 ergeben sich zwei plausible Modellvarianten. Diese geben beide, aufgrund ihrer geringen Fehler, eine mögliche Zusammensetzung der Zelle 7 wieder. Bei der Modellierung des ¹⁴C in Zelle 7 wurde einmal der ¹⁴C-Gehalt der Zelle 7 verwendet und ein anderes Mal der ¹⁴C-Gehalt als Mittelwert der Brunnen aus Zelle 3 und 7. In beiden Ansätzen zeigt sich, dass die Variante b, bei der das Flutwasser keinen direkten Einfluss auf die Zelle 7 hat, eine nicht plausible mittlere Verweilzeit hat und somit ausgeschlossen werden kann. Die mittlere Verweilzeit liegt in der Variante b, beim Anpassen an einen ¹⁴C-Gehalt von 73.4 pMC zwischen -572 und 3 Jahren und beim Anpassen an 81 pMC zwischen -1386 und -811 Jahren. Die Modellvariante ergibt für das Anpassen an einen Gehalt von 73,4 pMC mittlere Verweilzeiten zwischen 372 und 1211 Jahren mit einem Mittelwert von 791 Jahren, und beim Anpassen an den Wert von 81 pMC eine mittlere Verweilzeit zwischen -443 und 396 Jahren mit einem Mittelwert von -23,5 Jahren. Es ist festzuhalten, dass nur die Variante a in Frage kommen würde, als die Variante, die den natürlichen Bedingungen der Zelle 7 entspricht. Einschränkend muss aber beachtet werden, dass bei der Anpassung an den in Zelle 7 tatsächlich gemessenen ¹⁴C-Wert von 81 pMC die untere Grenze und der Mittelwert der mittleren Verweilzeit im negativen Bereich liegen. Wäre die ¹⁴C-Konzentration im Grundwasser aus Swartbank bekannt, wäre es möglich, zu entscheiden, ob die Zelle 7 mit den gegebenen Daten überhaupt angemessen modelliert werden kann. Die Ergebnisse der ¹⁴C-Modellierung sind in Tabelle 7 auf Seite 61 dargestellt. Die mittlere Verweilzeit der Zelle 7 liegt demnach bei 791 Jahren.

7.3.8 Zelle 8

Aus der inversen Modellierung der Zelle 8 liegen sechs mögliche Varianten vor. Lässt man in den Massenbilanzen der Tracer einen maximalen Fehler von 30% zu, können zwei dieser sechs Varianten als mögliche Szenarien ausgeschlossen werden (8a und 8d). Die restlichen vier Varianten sind von ihren Wasserbilanzfehlern und den Fehlern in den Massenbilanzen der verwendeten Tracer plausibel. Die Modellierung mit ¹⁴C erbrachte keinen weiteren Erkenntnisgewinn über die Eigenschaften der Zelle 8, da sich für jede der Modellierungsvarianten eine negative mittlere Verweilzeit ergab. Dies bedeutet nicht, dass die mit der inversen Modellierung ermittelten möglichen Zuflussszenarien falsch sind, sondern dass die ¹⁴C-Konzentration von 100,4 pMC möglicherweise nicht der wirklichen Konzentration der Zelle 8 entspricht (siehe Abschnitt 7.2.2.8). Somit liegen für Zelle 8 vier, voneinander deutlich verschiedene, Zuflussvarianten (8b, 8c, 8e und 8f) vor, die nicht weiter eingeschränkt werden können. Die verschiedenen Varianten sind in Abbildung 15 auf Seite 51 dargestellt. Vielleicht würde eine erneute Beprobung der Brunnen in Zelle 8 und der Messung des ¹⁴Kohlenstoff eine weitere Einschränkung der Varianten ermöglichen.

7.3.9 Zelle 9

Es wurden neun der 16 verschiedenen Modellvarianten aus der inversen Modellierung als mögliche Zuflussvariante ausgeschlossen, indem maximale Fehler von 15% in der Wasserbilanz und 30% in den einzelnen Massenbilanzen der Tracer zugelassen wurden.



Abbildung 26: Mögliche Zuflussvarianten in Zelle 9 nach Auswertung der Modellierung

Dazu kommt, dass zusätzlich zwei Varianten zwar mit unterschiedlichen Sources modelliert wurden, aber das gleiche Ergebnis lieferten, also von den Sources nur die in beiden Varianten verwendeten einen Einfluss hatten. Betrachtet man zusätzlich die Ergebnisse aus der Modellierung mit ¹⁴C, so kann man sehen, dass die sechs ausgewählten Varianten eine ähnliche mittlere Verweilzeit haben, sie liegt zwischen 2921 und 3221

Jahren bei einem Mittelwert von 3101 Jahren. Genauere Eingrenzungen sind nicht möglich. In Abbildung 26 sind die verbleibenden Modellvarianten dargestellt. Es ist zu erkennen, dass sich jeweils zwei der Varianten ähneln, es ist aber nicht möglich zu unterscheiden, ob das ganze Flutwasser direkt der Zelle 9 zufließt oder indirekt über die Zellen 4 und 8.

7.3.10 Zelle 10

Aus den sechs verschiedenen möglichen Zuflussvarianten, die sich durch die inverse Modellierung ergeben, kann die Variante 10b aufgrund eines Wasserbilanzfehlers von über 15% ausgeschlossen werden. In den anderen Modellvarianten liegt weder die Massenbilanzfehler über 15%, noch liegen die Fehler in den Massenbilanzen der Tracer über 30%. Eine Betrachtung der Modellierung mit ¹⁴C, führt zu einer weiteren Eingrenzung der möglichen Varianten. Da bei Variante 10c, der Variante mit dem geringsten Fehler in der Wasserbilanz, sowohl die untere Grenze als auch die obere Grenze der mittleren Verweilzeit im negativen Bereich liegt, kann diese nicht der tatsächlichen Zusammensetzung der Zelle 10 entsprechen. Von den noch vier möglichen Zusammensetzungen der Zelle 10 (Varianten 10a, 10d, 10e und 10h), die in Abbildung 27 dargestellt sind, enthält nur die Variante 10e direktes Flutwasser. Die mittleren Verweilzeiten der drei Varianten ohne Flutwasser liegen zwischen 1356 und 1887 Jahren, bezieht man sich auf die oberen und unteren Grenzen liegen die mittleren Verweilzeiten zwischen 1078 und 2110 Jahren. Der Mittelwert der mittleren Verweilzeit dieser drei Varianten, die sich, wie in Abbildung 27 ersichtlich, von der Zusammensetzung her ähnlich sind, liegt bei 1608,5 Jahren.



Abbildung 27: Mögliche Zuflussvarianten in Zelle 10 nach Auswertung der Modellierung

Die Variante 10e ist aufgrund der Betrachtung der damit modellierten mittleren Verweilzeit von -405 bis 893 Jahren mit Vorsicht zu betrachten. Hier hängt die Plausibilität der Variante von der ¹⁴C-Konzentration im Swartbank-Grundwasser ab. Ist diese Konzentration im unteren Bereich des angenommenen Spektrums zwischen 29,83 pMC und 54,62 pMC, kann Variante 10e nicht der Zusammensetzung der Zelle 10

entsprechen. Diese Aussage kann leider nicht untersucht werden, da keine ¹⁴C-Probe des entsprechenden Wassers vorliegt. Liegt der ¹⁴C-Gehalt des Swartbank-Grundwassers im unteren Bereich der angenommenen Spannweite, kann ein Einfluss von direkt in Zelle 10 fließendem Flutwasser ausgeschlossen werden.

7.3.11 Überblick

In Abbildung 28 sind die verschiedenen möglichen Zuflussvarianten zu den einzelnen Zellen im Untersuchungsgebiet dargestellt. Jeder Zufluss hat seine eigene Farbe. Berühren sich die einzelnen Kästen der Zuflüsse, gehören sie zu einer Variante. Die Farbe Rot markiert die Kästchen, in denen der Fehler in der Wasserbilanz der entsprechenden Variante steht. Die dargestellten Varianten sind die Varianten, die nach der inversen Modellierung und der Modellierung mit ¹⁴C noch als mögliche Varianten gesehen wurden. Zusätzlich wurde bei mehreren ähnlichen Varianten, bei denen sich die verschiedenen Zuflüsse nur um wenige Prozentpunkte unterschieden, nur eine der Möglichkeiten dargestellt. Es muss erwähnt werden, dass für die Zellen 1 und 8 trotz der fehlgeschlagenen Modellierung mit ¹⁴C verschiedene Varianten dargestellt wurden.



Abbildung 28: Darstellung der verschiedenen Zuflussmöglichkeiten in die verschiedenen Zellen im Dünengebiet des Unteren Kuiseb

7.4 Inverse Mixing-Cell-Modellierung mehrerer Zellen

Während der Modellierung einzelner Zellen konnte für die Tracerkombination aus Natrium, Kalium und Chlorid immer eine Lösung gefunden werden, auch wenn diese teilweise über dem Grenzwert von 30% Fehler in den Massenbilanzen der Tracer lag. Aber da ein Set an Tracern verwendete werden musste, das in allen Zellen eine Lösung findet,

wurden diese drei Tracer daher immer bei der Modellierung mehrerer Zellen verwendet. Teilweise wurden auch nur zwei dieser drei Tracer verwendet. Bei der Modellierung mehrerer Zellen ergeben sich durch die verschiedenen Möglichkeiten der interzellularen Flüsse verschiedene Möglichkeiten, das System zu modellieren. Natürlich wurden die Ergebnisse aus der inversen Modellierung von Einzelzellen genauso berücksichtigt wie die Ergebnisse der Modellierung mit ¹⁴C. Eine Einschränkung in der Modellierung bestand durch die Eigenschaften des MIG, da nur eine Endzelle definiert werden konnte, aus der der Abfluss aus dem System stattfinden konnte. Der Versuch, diesen zusätzlichen Abfluss über eine Pumpentnahme zu simulieren, ist fehlgeschlagen, da die Volumina der Abflüsse aus den verschiedenen Zellen nicht bekannt waren oder nicht geschätzt werden konnten. Auch wurde keine Möglichkeit gefunden, im Laufe der Modellierung ein Optimum der Aufteilung des Systemabflusses auf verschiedene Zellen zu erreichen. In den folgenden Tabellen steht "n.m." für "nicht möglich" und bezieht sich auf hydrogeologische Überlegungen, wie Potentialgradienten, und "n.z." bedeutet "nicht zugelassen" und ist ein in der Modellierung veränderbarer Parameter. In der Kopfzeile sind die Zuflüsse dargestellt und in der linken Spalte die Empfänger des Wassers.

7.4.1 Modellierung des Systems der Zellen 1, 2 und 3

In der Modellierung dieser drei Zellen wurde den Sources Gobabeb-Grundwasser und Flutwasser stets ein Zufließen in die Zellen 1 und 2 ermöglicht. Dagegen waren die Sources, die zu Zelle 3 beitragen, und die interzellulären Flüsse variabel. Die möglichen Zuflussvarianten basierten auf den in Kapitel 7.3 beschriebenen Ergebnissen.

In der Variante A (Tabelle 10) wurden Fließverbindungen von Zelle 1 zu Zelle 3 und von Zelle 2 zu Zelle 3 angenommen, als Source für Zelle 3 wurde nur das sehr salzige Grundwasser aus dem Granit zugelassen. Nach dieser ersten Modellierung setzt sich Zelle 1 aus 34,9% Gobabeb-Grundwasser und 65,1% Flutwasser, Zelle 2 aus 16% Gobabeb-Grundwasser und 2elle 3 aus 20,31% Wasser der Zelle 1, 78,25% aus Zelle 2 und aus 0,014% des sehr salzigen Granitgrundwassers zusammen. Der Fehler in der Wasserbilanz liegt bei 8,93% und die Fehler in den Massenbilanzen der Tracer liegen bei -1,2% für Kalium, bei -27,7% für Natrium und bei 12,1% für Chlorid.

Variante A	Zelle 1	Zelle 2	Zelle 3	GW-G	Flutwasser	GW-S	Salt
Zelle 1	n.m.	n.m.	n.m.	34.90%	65.10%	n.z.	n.z.
Zelle 2	n.z.	n.m.	n.m.	16%	84%	n.z.	n.z.
Zelle 3	20.31%	78.25%	n.m.	n.z.	n.z.	n.z.	0.014

Tabelle 10: Ergebnisse der Variante A aus der Modellierung der Zellen 1, 2 und 3

In einem nächsten Schritt wurde dem Flutwasser und dem Grundwasser aus Swartbank als Sources ein Zufließen in Zelle 3 ermöglicht, hier konnte der mathematische Algorithmus keine Lösung finden. Daraufhin wurde das Swartbank-Grundwasser nicht mehr als potentieller Zufluss zur Zelle 3 behandelt. Das Ergebnis der darauf folgenden Modellierung war mit der ersten Variante identisch, alle Werte blieben gleich und es ergab sich kein direkter Zufluss des Flutwassers in Zelle 3. Darauf wurde anstelle des Flutwassers das Swartbank-Grundwasser als zweite Source in Zelle 3 eingegeben. Mit dieser Änderung der Anfangsbedingungen verändert sich das Ergebnis der Modellierung deutlich. In diesem Fall ist Zelle 1 keine aktive Zelle mehr, durch sie fließt kein Wasser, für Zelle 2 bleibt das errechnete Ergebnis gleich und für Zelle 3 ergibt sich eine Zusammensetzung aus 76,4% Wasser der Zelle 2 und 23,6% Swartbank-Grundwasser. Anzumerken ist, dass es sich somit praktisch nur noch um ein System aus den Zellen 2 und 3 handelt. Der Fehler in der Wasserbilanz liegt bei 2,13% und die Fehler in den Massenbilanzen der Tracer bei 4,9% für Kalium, -13,7% für Natrium und 8,2% für Chlorid.

Als Nächstes wurde das interzelluläre Fließen um einen möglichen Wasserfluss von Zelle 1 zu Zelle 2 ergänzt (Variante E, Tabelle 11). Dadurch ergibt sich für die Zusammensetzung der Zelle 1 eine nahezu identische Zusammensetzung wie in den ersten Modellierungsschritten. Zelle 1 setzt sich aus 34,8% Gobabeb-Grundwasser und 65,2% Flutwasser zusammen. Zelle 2 setzt sich aus 2,8% Wasser der Zelle 2, 15% Gobabeb-Grundwasser und 82,2% Flutwasser zusammen. Zelle 3 setzt sich bei diesen Anfangsbedingungen aus 76,4% Wasser aus Zelle 2 und 23,6% Swartbank-Grundwasser zusammen. Der Fehler in der Wasserbilanz liegt hier bei 2,09%, die Fehler in den Massenbilanzen der Tracer liegen bei 4,9% für Kalium, bei -13,7% für Natrium und bei 8,2% für Chlorid. Der Fließweg von Zelle 1 zu Zelle 3 wird in diesem Fall nicht aktiv und es liegt ein lineares System vor.

Variante E	Zelle 1	Zelle 2	Zelle 3	GW-G	Flutwasser	GW-S	Salt
Zelle 1	n.m.	n.m.	n.m.	34.8%	65.2%	n.z.	n.z.
Zelle 2	2.8%	n.m	n.m.	15%	82.2%	n.z.	n.z.
Zelle3	0.00%	76.4%	n.m.	n.m.	n.z.	23.6%	0

Tabelle 11: Ergebnisse der Variante E der Modellierung der Zellen 1, 2 und 3

Bei einem Vergleich der Ergebnisse aus der Modellierung des Zellsystems der Zellen 1, 2 und 3 mit den Ergebnissen aus der Einzelzellenmodellierung ist zu erkennen, dass die Zellzusammensetzungen der Modellierung im System nicht immer mit der Zellzusammensetzung aus der Modellierung einer Einzellzelle, unter sonst gleichen Modellbedingungen, übereinstimmen, sich die Zusammensetzungen aber in der gleichen Größenordnung befinden. Der Grund könnte im mathematischen Lösungsalgorithmus liegen, der nicht immer eine ideale Lösung findet oder bei Auffinden eines lokalen Minimums die Berechnung beendet. Es ist auch möglich, dass diese kleinen Veränderungen durch die zusätzlichen Massenbilanzgleichungen und deren gleichzeitige Lösung verursacht werden. Trotzdem sind die Lösungen der Modellierung als gut anzusehen, da die Fehler in den Wasserbilanzen und in den Massenbilanzen der Tracer gering gehalten werden können und sie den vorhergehenden Ergebnissen entsprechen.

7.4.2 Modellierung des Systems der Zellen 4, 5 und 6

Alle drei Zellen befinden sich im oberen Aquifer des Systems. Bei der Modellierung wurden die Anzahl der Zuflüsse in die Zellen und die Anzahl der Flüsse zwischen den Zellen variiert. Für die interzellulären Flüsse ergeben sich zwei Möglichkeiten, einmal ein Fließen von Zelle 4 in Zelle 5 und von dort in Zelle 6 oder von Zelle 4 in Zelle 5 und Zelle 6 und dazu von Zelle 5 in Zelle 6. Die Modellierung dieser Zelle ist die einzige Mehrzellenmodellierung in dieser Arbeit, bei der nicht nur Kalium, Natrium und Chlorid verwendet wurden, sondern auch ersatzweise für Kalium oder Natrium Magnesium verwendet wurde. Auch hier wurden die Ergebnisse aus Kapitel 7.3 als Grundlage genommen. In den untenstehenden Tabelle 12 bis Tabelle 20 sind verschiedene Varianten der Modellierung abgebildet, hier sind auch die Zuflussanteile zu den jeweiligen Zellen ablesbar.

Für Variante A (Tabelle 12) wurden Kalium, Natrium und Chlorid als Tracer verwendet, die Fehler liegen für die Wasserbilanz bei 1,04% und für die Massenbilanzen der Tracer

bei -0,7%, -13,5% und 10,6%. In der Variante B (Tabelle 13) wurden die gleichen Tracer verwendet, die Fehler liegen bei 5,4% für die Wasserbilanz und bei -6,2% (K), -12% (Na) und 13,6% (Cl) für die Massenbilanzen der Tracer.

Variante A	Zelle 4	Zelle 5	Zelle 6	Zelle 2	Zelle 8	Flutwasser	GW-S
Zelle 4	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.m.	94.9%	5.1%
Zelle 5	39.3%	n.m.	n.m.	17.6%	n.z.	43.1%	n.z.
Zelle 6	n.z.	14.9%	n.m.	n.z.	30.5%	54.6%	n.z.

Tabelle 12: Ergebnisse der Variante A der Modellierung des Zellsystems der Zellen 4, 5 und 6

Tabelle 13: Ergebnisse der	Variante B der Mode ⁱ	llierung des Zellsystems	der Zellen 4. 5 und 6
Tubene tet Ergebnisse der	a lunce b act filoac	mer ung des Zensystems	aci Benen iye ana o

Variante B	Zelle 4	Zelle 5	Zelle 6	Zelle 2	Zelle 8	Flutwasser	GW-S
Zelle 4	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.m	94.9%	5.1%
Zelle 5	0%	n.m.	n.m.	27.4%	n.z.	72.6%	0.00%
Zelle 6	45.8%	26.8%	n.m.	n.z.	27.4%	n.z.	n.z.

In der Modellierungsvariante C (Tabelle 14) wurde der Tracer Magnesium anstatt Natrium verwendet, der Fehler in der Wasserbilanz liegt bei 17,5% und die Fehler in den Massenbilanzen der Tracer bei -31,5%, -10,2% und 23,1% (Mg, K, Cl). Auch in Variante D (Tabelle 15) wurden diese drei Tracer verwendet, andere Veränderungen in den Modellierungsparametern werden durch den Vergleich der Tabellen ersichtlich. Der Fehler in der Wasserbilanz liegt bei 0,41% für die Variante D, während die Fehler in den Massenbilanzen der Tracer bei -32,1%, 0,3% und 17,6% (Mg, K, Cl) liegen. In der Variante E (Tabelle 16) wurden die Tracer Magnesium, Natrium und Chlorid verwendet, die Fehler in ihren Massenbilanzen liegen bei -28,8%, -4,7% und 20,6%. Der Fehler in der Wasserbilanz liegt bei 0,14%.

Variante C	Zelle 4	Zelle 5	Zelle 6	Zelle 2	Zelle 8	Flutwasser	GW-S
Zelle 4	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.m.	94.5%	5.5%
Zelle 5	0%	n.m.	n.m.	50.1%	n.z.	49.9%	0%
Zelle 6	38.68%	25.35%	n.m.	n.z.	35.97%	n.z.	n.z.

T 1 11	1 -	E 1 *	1 1	X 7 • 4	D I		3 / 1 111		7 11	4		77 11	4	_	
Ignelle	15.	F roennicce	der	Variante	n a	or	Viodellierund	r nec		veteme	der	Zellen 4	4 4	5 mna	6
rabunu	1		uu	v ai ianu	νu	UI.	TYTUUCIICI UII2	uus		votuno	uu		Te /	J unu	
										•/ •• • •					

Variante D	Zelle 4	Zelle 5	Zelle 6	Zelle 2	Zelle 8	Flutwasser	GW-S
Zelle 4	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.m.	94.5%	5.5%
Zelle 5	45.1%	n.m.	n.m.	31.8%	n.z.	23.1%	n.z.
Zelle 6	n.z.	19.3%	n.m.	n.z.	31.1%	49.7%	n.z.

Tabelle 16: Ergebnisse der Variante E der Modellierung des Zellsystems der Zellen 4, 5 und 6

Variante E	Zelle 4	Zelle 5	Zelle 6	Zelle 2	Zelle 8	Flutwasser	GW-S
Zelle 4	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.m.	93.8%	6.2%
Zelle 5	45.2%	n.m.	n.m.	38.5%	n.z.	16.3%	n.z.
Zelle 6	n.z.	20.4%	n.m.	n.z.	30.4%	49.2%	n.z.

Sowohl in den Varianten F (Tabelle 17) und G (Tabelle 18) also auch in den Varianten H (Tabelle 19) und I (Tabelle 20) wurde für das jeweils gleiche Fließkonzept in einer der Varianten der Tracer Natrium durch den Tracer Magnesium ersetzt. Dadurch erhöhen sich

die Beträge der Fehler der Massenbilanzen. Auch ist festzuhalten, dass sich die Varianten F und G deutlich voneinander unterscheiden, obwohl nur ein Tracer verändert wurde. Hier sieht man, dass Zelle 5 bei der Verwendung von Mg als Tracer keinen Zufluss mehr aus Zelle 4 erhält. Die Fehler in den Massenbilanzen liegen für Variante F bei 4%, -6,6%, -18,4% und 9,7% (Wasser, K, Na, Cl). Für Variante G liegen die Fehler bei 14,27% (Wasserbilanz), 42,5% (Mg), -11,1% (K) und 13,3% (Cl). In Variante H liegen die Fehler bei 1,63% (Wasserbilanz), -0,6% (K), -15,6% (Na) und 9,7% (Cl). Für Variante I liegen die Fehler bei 1,38% (Wasserbilanz), 37,4% (Mg), 0,1% (K) und 13,1% (Cl).

Variante F	Zelle 4	Zelle 5	Zelle 6	Zelle 2	Zelle 8	Flutwasser	GW-S
Zelle 4	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.m.	94.9%	5.1%
Zelle 5	27.5%	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	72.5%	n.z.
Zelle 6	52.7%	19.4%	n.m.	n.z.	27.9%	n.z.	n.z.

Tabelle 17: Ergebnisse der Variante F der Modellierung des Zellsystems der Zellen 4, 5 und 6

Tabelle 18: Ergebnisse der Variante G der Modellierung des Zellsystems der Zellen 4, 5 und 6

Variante G	Zelle 4	Zelle 5	Zelle 6	Zelle 2	Zelle 8	Flutwasser	GW-S
Zelle 4	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.m.	94.5%	5.5%
Zelle 5	0.00%	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	100%	n.z.
Zelle 6	46.5%	16.1%	n.m.	n.z.	37.4%	n.z.	n.z.

Variante H	Zelle 4	Zelle 5	Zelle 6	Zelle 2	Zelle 8	Flutwasser	GW-S
Zelle 4	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.m.	94.9%	5.1%
Zelle 5	78.4%	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	21.6%	n.z.
Zelle 6	n.z.	13.5%	n.m.	n.z.	30.6%	55.9%	n.z.

Tabelle 20: Ergebnisse der Variante I der Modellierung des Zellsystems der Zellen 4, 5 und 6

Variante I	Zelle 4	Zelle 5	Zelle 6	Zelle 2	Zelle 8	Flutwasser	GW-S
Zelle 4	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.m.	94.5%	5.5%
Zelle 5	76.6%	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	23.4%	n.z.
Zelle 6	n.z.	17.5%	n.m.	n.z.	31.5%	51%	n.z.

Vergleicht man die Modellierungen des Zellsystems bestehend aus den Zellen 4, 5 und 6 mit der Modellierung der einzelnen Zellen, so lässt sich erkennen, dass für die Zelle 4, je nach Modellvariante und verwendeten Tracern, der Flutwasseranteil zwischen 93,8% und 94,9% liegt. Dies deckt sich mit den Ergebnissen aus der Modellierung der Zelle 4, bei der der Flutwasseranteil zwischen 92,1% und 95,2% liegt (Abschnitt 7.3.4). Für die Zellen 5 und 6 sind die Unterschiede zwischen der Modellierung im Zellsystem und der Modellierung einer einzelnen Zelle größer. Die berechneten Anteile an den einzelnen Zellen unterscheiden sich um bis zu 15 Prozentpunkte. So setzt sich Zelle 6 in der Variante A der Zellsystemmodellierung zu 14,9% aus Zelle 5, zu 30,4% aus Zelle 8 und zu 54,7% aus Flutwasser zusammen. Modelliert man die Zelle 6 nur für sich (Abschnitt 7.3.6), unter den gleichen Voraussetzungen, so erhält man eine Zusammensetzung aus 26,2% Wasser aus Zelle 5, 28,9% Wasser aus Zelle 8 und 44,8% Flutwasser. Für Zelle 5 erhält man Unterschiede in den Modellierungen in der gleichen Größenordnung. Es ist wichtig festzuhalten, dass die Zellzusammensetzung aus der Modellierung einer Einzellzelle, unter sonst gleichen

Modellbedingungen, übereinstimmen, sich die Zusammensetzungen aber in der gleichen Größenordnung befinden.

7.4.3 Modellierung des Systems der Zellen 4 und 9

Die Zellen 4 und 9 befinden sich im oberen Aquifer. Aus der Modellierung der einzelnen Zellen (Kapitel 7.3) geht hervor, dass es für das Zusammenfassen der Zellen 4 und 9 zu einem System nur eine Möglichkeit gibt. Für Zelle 4 gibt es nur Zuflüsse aus dem Swartbank-Grundwasser und durch das Flutwasser und für Zelle 9 gibt es zwar verschiedene Möglichkeiten, aber nur eine, die Zelle 4 als Zufluss enthält. Daher ist es nicht erwiesen, dass eine Fließverbindung zwischen den Zellen 4 und 9 besteht, trotzdem soll es hier modelliert werden. Es werden die Tracer Kalium, Natrium und Chlorid verwendet, wobei theoretisch ein einziger Tracer ausreicht. Die Ergebnisse sind in Tabelle 21 dargestellt. Der Fehler in der Wasserbilanz liegt hier bei 0,06%, die Fehler in den Massenbilanzen der Tracer bei -2,0% für Kalium, bei -19,0% für Natrium und bei 11,4% für Chlorid. Dieses Ergebnis zeigt, dass die in der Einzelzellenmodellierung gewonnenen Ergebnisse, auf die Mehrzellenmodellierung übertragen und auch aus ihr gewonnen werden können. Das Ergebnis für Zelle 4 liegt im Bereich der in den einzelnen Modellierungen für die Zelle 4 erreichten Resultate, das Ergebnis für die Zelle 9 liegt für den Flutwasseranteil um 1,1 Prozentpunkte niedriger und für den Zufluss aus Zelle 4 um 1,1 Prozentpunkte höher als in der Einzelzellenmodellierung ermittelt.

Tabelle 21: Ergebnisse Modellierung des Systems der Zellen 4 und 9

	Flutwasser	GW-S	Salt	Zelle 4
Zelle 4	94.6%	5.4%	n.z.	n.m.
Zelle 9	58.7%	n.z.	1.6%	39.7%

7.4.4 Modellierung des Zellsystems der Zelle 1, 2, 3, 4, 8 und 10

Die Modellierung eines solch großen Zellsystems in einem komplexen und stark untereinander vernetzten Aquifersystem, wie das System im Dünengebiet des Unteren Kuiseb, gestaltet sich schwierig. Durch die verschiedenen möglichen Zuflussvarianten, die sich für jede Zelle ergeben, entstehen eine Vielzahl von Möglichkeiten für die Modellierung eines größeren Zellsystems. Wird eine Zelle, die mitten im System liegt, nach einer Variante nur von Flut- und Grundwasser gespeist, so besteht natürlich keine Möglichkeit, diese Zelle in die Modellierung einzubauen, da sie keinen Zufluss aus anderen Zellen erhält, außer falls diese Zelle eine Kopfzelle des Systems darstellt. Mit diesen Voraussetzungen und den Ergebnissen aus Kapitel 7.3 (ab Seite 64) ergaben sich für das betrachtete Zellsystem 24 verschiedene Modellierungsvarianten für jedes Set an Tracern. Es wurde die Tracerkombination von Natrium, Kalium und Chlorid gewählt. Bei 22 der 24 hydrologisch möglichen Varianten lag der Wasserbilanzfehler bei unter 10%. Aufgrund der Datenfülle sind die Ergebnisse dieser Modellierung im Anhang dargestellt (Tabelle 45 bis Tabelle 67, ab Seite 106). Die Zelle 10 stellt in jeder Variante die Endzelle des Systems dar, durch die der gesamte Abfluss erfolgt.

Werden die Ergebnisse der Modellierung des Mehrzellensystems mit den Ergebnissen der Einzelzellenmodellierung verglichen, ist zu sehen, dass diese sich sehr ähnlich sind. Der Vergleich der Zellen 1, 2 und 4 ergibt, dass sich die ermittelten Lösungen nahezu decken. Für Zelle 3 ergeben sich aus der Mehrzellenmodellierung nahezu die gleichen Anteile der Zuflüsse wie in der Einzellenmodellierung ermittelt, die maximale Differenz beträgt hier 7,4 Prozentpunkte. Für die Zellen 8 und 10 zeigen sich ähnliche Resultate. Wobei sowohl bei Zelle 8 als auch bei Zelle 10 jeweils eine der Varianten, die durch die inverse Modellierung der Einzelzelle und anschließender ¹⁴C-Modellierung gewonnene wurde, sich nicht über die Mehrzellenmodellierung finden ließ. Dies betrifft die Varianten 8d und 10d. Für Variante 10d ist dies erklärbar, da diese nur unter Verwendung von Kalium und Chlorid ermittelt wurde, bei Variante 8d könnte dies aber ein Hinweis darauf sein, dass diese Variante nicht zutreffen kann.

Zusätzlich wurde aus der Modellierung mehrerer Zellen eine einheitslose Wassermenge gewonnen, die durch die einzelnen Zellen strömt. Es zeigt sich hier aber nur eine Konsistenz in Zelle 10, durch die in jeder Variante eine ähnliche Wassermenge fließt. Für die anderen Zellen gilt dies nicht, da die Wassermengen vom Aufbau des Systems abhängig sind, dies soll an einem kurzen Beispiel erläutert werden. Wird die Zelle 7 als Zufluss zur Zelle 10 behandelt, macht diese ca. 30% des Wasserzuflusses in Zelle 10 aus. Wird sie nun in anderen Varianten nicht berücksichtigt, muss diese Wassermenge über andere Zellen und den Grundwasserzufluss ausgeglichen werden, somit erhöht sich der Fluss durch die oberstromig von Zelle 10 liegende Zelle 8 um 57%. Dies führt wiederum dazu, dass die Wasserumsätze in den Zellen oberhalb Zelle 8 erhöht werden (Vergleich der Varianten U und V). Daher ist es leider nicht möglich, solange es unterschiedliche Varianten gibt, die in einem komplexen System entstehen, die Wasserumsätze in den einzelnen Zellen genau zu bestimmten. Mit diesen einheitslosen Wassermengen könnte man mit Hilfe der mittleren Verweilzeiten der einzelnen Zellen (Kapitel 7.3 ab Seite 64) und der Gleichung (35) in Abschnitt 4.2.1 eine Art relatives Wasservolumen der einzelnen Zellen bestimmen. Ein weiteres Hindernis hierbei könnte aber auch durch Weichenzellen entstehen, dies sind Zellen in denen sich der Wasserfluß in verschieden Fließwege aufteilt. So ist Zelle 4 zum Beispiel eine Kopfzelle für Zelle 8, aber auch für das System aus den Zellen 4, 5 und 6 und für das System der Zellen 4 und 9. Welchen Effekt dies auf Wassermenge und Wasserflüsse hat, kann hier nicht abgeschätzt werden.

7.4.5 Zusammenfassung der Mehrzellenmodellierung

Es wurden vier verschiedene Zellsysteme auf Grundlage der Ergebnisse, die durch die Modellierung einzelner Zellen gewonnen wurden, modelliert. Es ergeben sich mehrere Schwierigkeiten. Die Variantenanzahl wird bei größeren Zellsystemen schnell sehr groß, dazu kommt, dass der Systemabfluss nur über eine Zelle stattfinden kann. Problematisch sind auch Zellen, die den Wasserfluss in mehrere Untersysteme verteilen.

Aber es ist auch festzuhalten, dass selbst große Zellsysteme modelliert werden konnten. Wären nun Messungen des Grundwasserabflusses an verschiedenen Stellen bekannt, wäre es möglich, den Systemabfluss aus mehreren Zellen stattfinden zu lassen, dies würde zusätzlich noch das Problem der Weichenzellen lösen. Das Problem der verschiedenen Varianten und Möglichkeiten würde weiterhin bestehen. Dies kann womöglich gelöst werden, falls das Wasservolumen in einer Zelle bestimmt werden kann.

7.5 Berechung des Flutwasseranteils

Es wurde aus den verschiedenen Modellvarianten aus Abschnitt 7.3 der Flutwasseranteil in den verschiedenen Zellen berechnet. Zum einen wird der Anteil an direktem Flutwasser berechnet, zum anderen wird der gesamte Flutwasseranteil berechnet, also das Wasser aus Flash-Floods, welches direkt oder über anderen Zellen in die betrachtete Zelle fließt.

7.5.1 Direkter Flutwasseranteil

Hier wurden die Flutwasseranteile der einzelnen Varianten für jede Zelle betrachtet. Bei ähnlichen Varianten, also Varianten, die sich aus den gleichen Zuflüssen zusammensetzen, deren Anteile nahezu gleich sind, wurde ein Mittelwert angegeben. Haben verschiedene Varianten für eine Zelle gar keinen direkten Flutwasseranteil, wurde dies nur einmal aufgeführt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 22 zusammengefasst. Dadurch, dass nur der direkte Flutwasseranteil bestimmt wird, ist die Streuung natürlich sehr groß.

Mittelwerte	Variante 1	Variante 2	Variante 3
Zelle 1	62.20%		
Zelle 2	76.60%	87.60%	
Zelle 3	69.10%	0.00%	
Zelle 4	94.13%		
Zelle 5	55.65%	39.00%	
Zelle 6	40.70%	0.00%	
Zelle 7	66.90%		
Zelle 8	0.00%	67.60%	
Zelle 9	97.75%	61.40%	80.15%
Zelle 10	0.00%	53.70%	

Tabelle 22: Direkter Flutwasseranteil der verschiedenen Zellen

7.5.2 Gesamter Flutwasseranteil

Die Berechnung des Flutwasseranteils für jede Zelle basiert wiederum auf den Varianten aus Abschnitt 7.3 (Seite 64ff). Für ähnliche Varianten wurde ein Mittelwert bestimmt. Für jede Zelle werden in Tabelle 23 drei verschiedene Werte angegeben. Gibt es für eine Zelle drei oder weniger Varianten, sind dies die Werte der einzelnen Varianten, gibt es für eine Zelle aber mehr als drei verschiedene Varianten wird der kleinste, der größte und der Mittelwert angegeben. Setzt sich eine unterstromig liegende Zelle aus Wasser einer der Zellen mit mehr als drei Varianten zusammen, wurde jeweils mit diesen drei Werten der Flutwasseranteil bestimmt und daraus wieder der kleinste, der größte und der Mittelwert berechnet. So entstehen zum Beispiel für die Berechnung des Flutwasseranteils der Zelle 6 18 verschiedene Möglichkeiten. Es lässt sich in Tabelle 23 sehr gut erkennen, dass die Streuung der Flutwasseranteile innerhalb der einzelnen Zellen, trotz der vielen verschiedenen Varianten, sehr gering ist.

Gesamt	Minimum	Mittelwert	Maximum
Zelle 1		62.20%	
Zelle 2	76.60%		87.60%
Zelle 3	63.96%	69.10%	73.15%
Zelle 4		94.13%	
Zelle 5	89.08%	95.54%	97.60%
Zelle 6	87.09%	90.11%	93.06%
Zelle 7		66.90%	
Zelle 8	67.30%	71.39%	78.96%
Zelle 9	92.42%	95.90%	98.22%
Zelle 10	50.54%	54.61%	59.30%

Tabelle 23: Gesamter Flutwasseranteil der verschiedenen Zellen

Es ergibt sich auch ein deutlicher Unterschied zwischen Zellen aus dem oberen und aus dem unteren Aquifer. Die Mittelwerte für Zellen aus dem oberen Aquifer liegen immer über 80%, während der Flutwasseranteil in den Zellen des unteren Aquifers bei 54,61% und 71,39% liegen. In Abbildung 29 ist der gesamte Flutwasseranteil der einzelnen Zellen dargestellt. Die Datenpunkte stehen für die Mittelwerte und die Fehlerbalken geben den kleinsten und den größten Flutwasseranteil der einzelnen Zelle wieder.



Abbildung 29: Gesamter Flutwasseranteil der Zellen des Grundwassersystems im Dünengebiet des Unteren Kuiseb. Angabe des Mittelwertes, des Minimums und des Maximums für die Zelle des unteren und des oberen Aquifers

Der für das System sehr geringe Flutwasseranteil von Zelle 10 lässt sich mit deren Lage erklären. Dies ist die Zelle, die am nächsten zur Kuisebmündung gelegen ist, somit erreichen deutlich weniger Abflussereignisse dieses Gebiet, dadurch ändert sich das Verhältnis von Grundwasser zu Flutwasser. Würde alles Flutwasser unter dem Kuiseb oder parallel dazu abfließen, wäre dieser Effekt deutlich schwächer ausgeprägt, dies ist aber nicht der Fall. Die sehr hohen Grundwasseranteile in den Zellen 4 und 9 sind mit deren Lage im oder am alluvialen Aquifer des Kuiseb zu erklären. Die Zellen 5 und 6 werden über Paleochannels gespeist.

Es kann festgehalten werden, dass ein nicht zu vernachlässigender Teil des Grundwassers unter dem Dünengebiet des südlichen Kuiseb durch Grundwasserzustrom aus dem nördlich gelegenen Granitgebiet zuströmt. Da nicht bekannt ist, inwieweit sich die Speichervolumen der einzelnen Grundwasserstockwerke voneinander unterscheiden, ist nicht genau feststellbar, welches Verhältnis zwischen Grundwasserzustrom und Neubildung durch Transmission Losses besteht. Bei gleicher Gewichtung aller Zellen, aufgrund der fehlenden Größenschätzung, liegt der mittlere Flutwasseranteil im oberen Aquifer bei 91,56% und im unteren Aquifer bei 64,84%. Daher darf bei der Abschätzung der jährlichen Grundwasserneubildung nicht nur die Grundwasserneubildung über Transmission Losses betrachtet werden.

8 Sensitivitätsanalyse

Um den Einfluss der chemischen Konzentrationen auf die Modellergebnisse zu untersuchen, wurde eine Sensitivitätsanalyse durchgeführt. Da das Mixing-Cell-Modell nicht zwischen den Tracern unterscheiden kann und auch keine Gewichtung vorgenommen wurde, spielt nur die Konzentration der Tracer eine Rolle. Diese wurden im Folgenden variiert. Die Sensitivitätsanalyse wurde beispielhaft an jeweils einer Variante in Zelle 2 und einer Variante in Zelle 4 durchgeführt. Diese Varianten wurden aufgrund zweier verschiedener Kriterien ausgewählt. Das erste Kriterium zielte auf die Komplexität der Varianten. Diese sollten nicht zu komplex sein, also die Anzahl der Zuflüsse in die betrachtete Zelle nicht groß sein. Das zweite Kriterium war die Anzahl der Tracer, hier wurde eine Variante mit drei Tracern gewählt und eine Variante mit einem Tracer, um zu sehen, ob die Tracerzahl eine unterschiedliche Sensitivität erzeugt.

8.1 Sensitivitätsanalyse in Zelle 2

Hierzu wurde die Variante 2c gewählt, die nach der Modellierung als mögliche Zuflussvariante angesehen wurde. Es wurden die Tracer Natrium, Kalium und Chlorid verwendet. Nach dieser Variante lag der direkte Flutwasseranteil bei 84,6%, der Flutwasseranteil war gleichzeitig der Wert, dessen Veränderung während der Sensitivitätsanalyse beobachtet wurde.

Nach Variante 2c wird der Zufluss in Zelle 2 durch Flutwasser und Swartbank-Grundwasser gebildet. Es wurde nun jeweils die Konzentration eines Tracers in einem der beiden Zuflüsse geändert, während die anderen Tracerkonzentrationen gleich blieben. Die Änderungen der Konzentrationen erfolgten nicht in absoluten Werten, sondern in Prozentsätzen vom gemessenen Wert. Die Konzentrationen wurden von -10% bis +10% in Schritten von einem Prozent variiert, zusätzlich wurden noch Konzentrationsänderungen von $\pm 50\%$, $\pm 30\%$ und $\pm 20\%$ verwendet. Größere Abweichungen wurden nicht modelliert, da sie in der chemischen Analytik nicht vorkommen sollten. In Tabelle 24 sind die gemessenen Konzentrationen der beiden Zuflüsse in Zelle 2 und die Konzentrationen in Zelle 2 dargestellt. Mit veränderten Konzentrationen wurde dann eine Mixing-Cell-Modellierung mit Hilfe des MIG (Adar und Külls 2002) durchgeführt. Auch hier musste eine zusätzliche zweite künstliche Zelle eingeführt werden, aus der es eine Pumpentnahme gab, die auf einen Wert von 100 gesetzt wurde. Die Modellierung wurde wie in Abschnitt 7.1 beschrieben durchgeführt. Durch die Anzahl der Tracer und der Sources wurden 16 Modellierungen für die Sensitivitätsanalyse der Zelle 2 durchgeführt.

Tabelle 24: Konzentrationen der Sources der Zelle 2 und der Konzentrationen in Zelle 2 in mg/l

	Kalium	Natrium	Chlorid
Flutwasser	7.50	13.31	14.34
GW-Gobabeb	35.91	495.26	761.07
Zelle 2	12	108	116

Die Abbildung 30 zeigt die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse für die Veränderung der Tracerkonzentrationen von -10% bis +10% im Flutwasser. Hier ist zu erkennen, dass die Veränderung der Konzentrationen im Flutwasser von +10% bei Kalium nur eine Veränderung des Flutwasseranteils von -0,3 Prozentpunkten bewirkt und die Veränderung um -10% in der Kaliumkonzentration nur eine Veränderung des Flutwasseranteils von 0,1

Prozentpunkte. Die Veränderungen durch die Änderung der Chlorid- und Natriumkonzentrationen läuft in die entgegengesetzte Richtung und fällt noch geringer aus. Dies liegt an den, im Vergleich zum Gobabeb-Grundwasser, niedrigeren Konzentrationen der Tracer im Flutwasser und den geringen absoluten Konzentrationsänderungen bei einer Veränderung um 10%.



Abbildung 30: Flutwasseranteil in Zelle 2 bei Abweichung der Konzentrationen von Natrium, Kalium und Chlorid im Flutwasser von bis zu ±10% vom Messwert



Abbildung 31: Flutwasseranteil in Zelle 2 bei Abweichung der Konzentrationen von Natrium, Kalium und Chlorid im Grundwasser von bis zu ±10% vom Messwert.

Bei einer Konzentrationsänderung im zuströmenden Grundwasser ist die Änderung des Flutwasseranteils, bei gleicher prozentualer Abweichung wie beim Flutwasser, jedoch deutlich größer als die Änderung des Flutwasseranteils bei einer Abweichung vom Messwert im Flutwasser. Die Abbildung 31 gibt die dazugehörenden Werte wieder. Hier ist zu sehen, dass die Änderung in diesem Fall nahezu symmetrisch um die 0-Prozent Abweichung vom Messwert verläuft. Die Datenpunkte sind zur Verdeutlichung miteinander verbunden. Die geringste Sensitivität zeigt Kalium, die größte Sensitivität zeigt das Chlorid. Dies deckt sich damit, dass die Konzentration von Chlorid im Gobabeb-Grundwasser mit 761,07 mg/l am größten und die von Kalium mit 35,91 mg/l am geringsten ist. Auch ist die Differenz der Kaliumkonzentrationen zwischen dem Gobabeb-Grundwasser und dem Wasser der Zelle 2 deutlich geringer als diese Differenz beim Chlorid.

Weiterhin wurde auch die Veränderung der Modellergebnisse bei größeren Abweichungen vom Messwert untersucht, in Abbildung 32 und Abbildung 33 sind zusätzlich noch die Abweichungen vom Messwert um $\pm 50\%$, $\pm 30\%$ und $\pm 20\%$ dargestellt. Man kann erkennen, dass die Abweichung von den Messwerten keineswegs eine lineare abhängige Änderung des Flutwasseranteils in Zelle 2 verursacht. Für das Kalium ist in Abbildung 32 zu erkennen, dass sich in dem Bereich zwischen -20% und -30% Abweichung vom Messwert ein maximaler Flutwasseranteil ergibt, jenseits dieser Werte nimmt der Flutwasseranteil wieder ab. Für Natrium und Chlorid zeigt sich, dass der Flutwasseranteil bei einer Konzentrationserhöhung dieser Tracer ansteigt, dieser Anstieg entspricht keiner Gerade. Bei einem Messfehler im Flutwasser, der eine erhöhte Konzentration des Tracers anzeigt, bewirkt das Kalium die größte Änderung des Flutwasseranteils in Zelle 2, zeigt der Messfehler eine geringere Tracerkonzentration als die tatsächliche an, bewirkt das Chlorid die stärkste Änderung des Flutwasseranteils. Diese Ergebnisse gelten nur für den überprüften Bereich von ±50%. Die Änderung des Flutwasseranteils in Zelle 2 fällt mit maximalen 2,0% bei einer Änderung des Kaliums um +50% recht gering aus. So ist festzuhalten, dass Messfehler und die Mittelwertbildung aus mehreren Flutereignissen zum Bestimmen der Zusammensetzung des Flutwassers in Variante 2c nur einen geringen Einfluss auf die Ergebnisse der Modellierung haben.



Abbildung 32: Flutwasseranteil in Zelle 2 bei Abweichung der Konzentrationen von Natrium, Kalium und Chlorid im Flutwasser von bis zu ±50% vom Messwert

Sensitivitätsanalyse

Abbildung 33 stellt den Effekt auf den Flutwasseranteil in Zelle 2c dar, der sich bei einem Abweichung (bis $\pm 50\%$) der Tracerkonzentration im zuströmenden Gobabeb-Grundwasser von den tatsächlich gemessenen Konzentrationen ergibt. Die Änderung des Flutwasseranteils mit einer Erhöhung des Kaliumgehaltes fällt sehr gering aus (-0,6 Prozentpunkte bei K +50%), die Änderung des Flutwasseranteils bei einer höheren Chlorid- und Natriumkonzentration ist deutlich stärker. Steigt die Chloridkonzentration um 50%, erhöht sich der Flutwasseranteil 5,3 Prozentpunkte. Während der Flutwasseranteil bei einer Erhöhung der Kaliumkonzentration steigt und bei der Erhöhung der Kaliumkonzentrationen sinkt, zeigt der Flutwasseranteil ein Minimum für die Abweichung des Natriums von -30% vom gemessenen Wert. Hier wurden zusätzlich die Abweichungen von -35%, -40% und -45% modelliert.



Abbildung 33: Flutwasseranteil in Zelle 2 bei Abweichung der Konzentrationen von Natrium, Kalium und Chlorid im Grundwasser von bis zu ±50% vom Messwert

Zusammenfassend ist zu sagen, dass die gleichen prozentualen Änderungen der Konzentrationen im Gobabeb-Grundwasser das Modell viel stärker reagieren lassen als die Änderungen im Flutwasser. Dies ist auf die höheren chemischen Konzentrationen im Grundwasser zurückzuführen. Die Sensitivität in diesem Mischungszellenmodell hängt entscheidend von den Konzentrationen in den verschiedenen Zuflüssen und der Zelle selbst ab, je größter der absolute Betrag der Konzentrationsänderung und der Differenz zwischen den Konzentrationen in Zufluss und Zelle, desto größer fällt auch die Änderung des Flutwasseranteils in der Zelle bei einer Änderung der Konzentrationen im Zufluss aus. Diese Ergebnisse sind allgemein gültig, für jede Modellvariante in jeder Zelle fallen aber diese Änderungen in Bezug auf Höhe und Vorzeichen anders aus. Eine mathematische Gleichung, die diesen Zusammenhang beschreibt, konnte nicht abgeleitet werden.

8.2 Sensitivitätsanalyse in Zelle 4

Diese Sensitivitätsanalyse wurde durchgeführt, um den Effekt der Traceranzahl zu untersuchen. Es wurde die Variante 4e gewählt, bei der nur Chlorid als Tracer verwendet wurde. Zelle 4 setzt sich aus den Zuflüssen durch das Flutwasser und das SwartbankGrundwasser zusammen, der Flutwasseranteil liegt nach Variante 4e bei 94,5%. Die Sensitivitätsanalyse wurde, wie in Abschnitt 8.1 (Seite 80) beschrieben, durchgeführt. Der einzige Unterschied lag in der Traceranzahl und der damit deutlich geringeren Anzahl verschiedener Modellierungen. Insgesamt wurden 52 Modellierungen durchgeführt. Tabelle 25 zeigt die Chloridkonzentration im Flutwasser, im Swartbank-Grundwasser und in Zelle 4. Die Konzentrationen im Flut- und Grundwasser wurden für die Sensitivitätsanalyse verändert.

Tabelle 25: Chloridkonzentrationen der Sources der Zelle 4 und in Zelle 4 in mg/l

	Chlorid
Flutwasser	14.3
Swartbank-GW	617.2
Zelle 4	47.7

Die Abbildung 34 zeigt die Veränderung des Flutwasseranteils einer angenommenen Veränderung der Chloridkonzentrationen von -10% bis +10% im Flutwasser beziehungsweise im Swartbank-Grundwasser. Hier ist, wie schon in Abschnitt 8.1, erkennbar, dass eine Konzentrationsänderung im Grundwasser, welches aus dem Granit zuströmt, eine größere Änderung des Flutwasseranteils verursacht als eine Konzentrationsänderung im Flutwasser. Die Änderung des Flutwasseranteils bei einer Änderung der Chloridkonzentration im Swartbank-Grundwasser fällt geringer aus als die in Abschnitt 8.1 festgestellte Änderung. Dies könnte ein Hinweis auf den Einfluss der Konzentrationsdifferenz zwischen Zufluss und Zelle sein. In Zelle 2 beträgt diese Differenz 645 mg/l, in Zelle 4 dagegen nur 569,5 mg/l.



Abbildung 34: Flutwasseranteil in Abhängigkeit der Abweichung der Chloridkonzentration vom Messwert im Flutwasser und Swartbank-Grundwasser

In Abbildung 35 ist der Bereich der Abweichung vom Messwert auf $\pm 50\%$ ausgedehnt. Auch hier ist zu erkennen, dass sich der Flutwasseranteil bei einer Änderung der Chloridkonzentration im Swartbank-Grundwasser von -50% weniger stark ändert als in Zelle 2. Auch dies bestätigt den Einfluss der Größe der Konzentrationsdifferenzen zwischen Zufluss und Zelle auf die Modellsensitivität. Es zeigt sich auch wieder ein nichtlinearerer Verlauf der Abhängigkeit des Flutwasseranteils in Zelle 4 von der Abweichung der Chloridkonzentrationen vom Messwert. Ein Einfluss der Traceranzahl auf die Modellsensitivität (Woolhiser et al. 1985) konnte mit den durchgeführten Analysen weder bestätigt noch widerlegt werden.



Abbildung 35: Flutwasseranteil in Abhängigkeit der Abweichung der Chloridkonzentration vom Messwert bis ±50% im Flutwasser und Swartbank-Grundwasser

9 Diskussion und Schlussfolgerungen

9.1 Modellanwendung auf das Dünengebiet des Unteren Kuiseb

Auf das Grundwassersystem unter dem Dünengebiet am Unteren Kuiseb in der Wüste Namib wurde ein Mixing-Cell-Modell angewandt. Bei der Clusteranalyse ergab sich nur eine Unterteilung in zwei verschiedene Gruppen, die als oberes und unteres Grundwasserstockwerk identifiziert wurden. Dies erwies sich nicht als genau genug, daher wurde zusätzlich eine Zellaufteilung aufgrund räumlicher Bedingungen getätigt. Selbst hier ergaben sich Probleme zwischen direkt benachbarten Brunnen, so dass die Zellen 5 und 6 aufgrund zusätzlicher chemischer Betrachtungen getrennt werden mussten (Abschnitt 6.2 auf Seite 37ff.). Es stellt sich die Frage, inwieweit das Grenzkriterium (Similarity: -250) der Clusteranalyse richtig gewählt wurde, aber selbst eine deutliche Verschärfung der Grenze, ab der Brunnen in dasselbe Cluster eingeordnet werden, würde kaum eine genauere Untergliederung liefern. Eine Möglichkeit, dies zu umgehen, besteht darin, jeden einzelnen Brunnen als eigene Zelle zu behandeln. Das würde aber zu einer deutlich vergrößerten Komplexität des Grundwassersystems führen und die Anzahl der verschiedenen Modellvarianten für die einzelnen Zellen deutlich erhöhen. Führt man diese Betrachtung für die Zelle 4 durch, so kann dann nicht mehr unterschieden werden, ob der einzelne Brunnen das Wasser aus den Sources Swartbank-Grundwasser und Flutwasser erhält oder ob dieses Wasser aus einem benachbarten Brunnen in den betrachteten Brunnen zufließt. In Bezug auf die Ziele einer Mischungszellenmodellierung ist es somit eine richtige Entscheidung, nicht jedem Brunnen eine Zelle zuzuordnen, da es um die Herkunft des Wassers geht und die Fließwege auf kleinem Raum nicht das primäre Ziel darstellen. Somit ist die gewählte Zelleinteilung, bei der einzelne Brunnen eine Zelle darstellen, aber auch mehrere Brunnen zusammen eine Zelle bilden, in diesem Fall eine gute Konzeption für die Fragestellung und das betrachtete Gebiet. Trotzdem ist der Bereich der Clusteranalyse und der Zelleinteilung ein Bereich, in dem Verbesserungen möglich sind.

Eine inverse Modellierung der einzelnen Zellen (Abschnitt 7.1 Seite 39ff.) zeigt, dass es für einige der Zellen eine Vielzahl an Möglichkeiten gibt, aus welchen Wässern sich diese zusammensetzen. Die Gründe hierfür sind verschieden. Zuerst liegt dies an den unterschiedlichen Fließrichtungen im System, das Wasser fließt parallel zum Kuiseb, aber auch gleichzeitig vom Kuiseb weg. Dazu kommt, dass das Grundwassersystem durch die Geologie in Paleochannels und Sandsteinbereich aufgeteilt ist, dies führt zur Aufteilung von Fließwegen. Auch ein Grund für die Vielzahl an Möglichkeiten ist, dass die Sources, die das Wasser in das System liefern, nahezu in alle Zellen fließen können, somit ist nicht immer zu klären, ob Wasser direkt aus den Sources in eine Zelle fließt oder über eine andere Zelle. Hier stößt das Konzept der Mischungszellenmodelle an eine Grenze.

Die Anwendung der neu entwickelten Mixing-Cell-Modellierung mit ¹⁴C (Abschnitt 7.2 Seite 54ff.), die auf den durch die inverse Modellierung gewonnenen Ergebnissen basiert, ermöglichte es, verschiedene ermittelte Varianten auszuschließen und die Anzahl der Möglichkeiten einzugrenzen. Dies wurde über eine Vorwärtsmodellierung der ¹⁴C-Konzentrationen der Zellen erreicht, indem die mittlere Verweilzeit des Wassers in den Zellen als Anpassungsparameter diente. Dadurch, dass die ¹⁴C-Konzentrationen der Sources geschätzt wurden, wird so eine nicht zu unterschätzende Unsicherheit in die Modellierung hineingetragen. Dies ist natürlich eine vermeidbare Fehlerquelle, da es möglich sein sollte, die Probeentnahmen an das Ziel der Mischungszellenmodellierung anzupassen. In dieser Arbeit wurden aber schon vorliegende Daten verwendet und keine

Extrabeprobung durchgeführt. Weitere Schwierigkeiten bei der Modellierung mit ¹⁴C waren dessen Konzentrationen in den Zellen 1 und 8. Diese waren mit 108,3 pMC und 100.4 pMC nicht modellierbar. Diese Konzentrationen sind mit dem erhöhten Input an ¹⁴C über den Niederschlag aufgrund der Kernwaffentests (Moser 2004) zu erklären und einer Beprobung, die nur die oberen Bereiche der Zelle erfasste und somit nicht dem Kriterium der vollständigen Durchmischung entspricht. Ein weiteres Problem ist die Form der Anpassung der modellierten ¹⁴C-Konzentrationen an die gemessenen Konzentrationen über die mittleren Verweilzeiten der Zellen. Auf der einen Seite ist es möglich, eine Aussage über die mittleren Verweilzeiten einer Zelle zu treffen, was doch einem beträchtlichen Erkenntnisgewinn über das Grundwassersystem entspricht, auf der anderen Seite gibt es kein Kriterium, bei dem eine ermittelte Verweilzeit als richtig oder falsch eingestuft werden kann. Daher ist es nur möglich eine Modellierung als falsch zu bezeichnen, falls die mittlere Verweilzeit einen negativen Wert annimmt. Sehr niedrige Verweilzeiten können auch ausgeschlossen werden, da es sich um ein arides Gebiet handelt. Um die erhaltenen mittleren Verweilzeiten auf Plausibilität zu überprüfen, müssen alle verfügbaren Daten in die Interpretation einbezogen werden. Dies wurde in Abschnitt 7.3 (ab Seite 64) durchgeführt, es konnte mit Hilfe der Fehler in der Wasserbilanz und der Fehler in den Massenbilanzen der Tracer eine gewisse Absicherung der mittleren Verweilzeiten der Zellen erreicht werden. Fehler in der Vorwärtsmodellierung können sich durch Messfehler in den ¹⁴C-Konzentrationen ergeben. Zusätzlich sind die verschiedenen Prozesse von ¹⁴C im Untergrund und Boden vollkommen unberücksichtigt geblieben.

Die durchgeführte Modellierung beruht nur auf Zuflussanteilen zu den einzelnen Zellen. Es wurde nicht mit absoluten Flussmengen gerechnet. Dazu müssten sowohl die Wasserentnahme aus Pumpvorgängen als auch der Abfluss aus dem Grundwassersystem bekannt sein. Zwar liegen die Abflussdaten als Schätzung vor (Schmidt 1998), aber es besteht keine Möglichkeit diesen Abfluss auf die verschiedenen Zellen aufzuteilen. Lägen diese Daten vor, wäre es möglich über die mittlere Verweilzeit und Gleichung (35) in Abschnitt 4.2.1 das Wasservolumen der einzelnen Zellen zu bestimmen, und somit die im gesamten Gebiet gespeicherte Wassermenge zumindest annähernd zu ermitteln. Das ist im Hinblick auf die Relevanz des Untersuchungsgebietes auf die regionale Wasserversorgung von großer Wichtigkeit.

Durch die Modellierung des Systems konnten für jede Zelle die Anteile an Flutwasser aus dem Kuiseb und die Anteile des Grundwassers, welches aus dem Gebiet nördlich des Kuiseb zufließt, bestimmt werden. Der Nachweis eines nicht zu vernachlässigenden Anteils an Wasser, der nicht aus Abflussereignissen im Kuiseb stammt, ist neu. Vorgehende Studien haben dies nicht berücksichtigt (u.a. Schmidt 1998). Die Interpretation der ermittelten Flutwasseranteile (Abschnitt 7.5) ist nicht einfach, da nur die Anteile an den einzelnen Zellen ermittelt worden sind. Dies lässt noch keine Aussage über den Anteil des Flutwassers und des Grundwassers am gespeicherten Wasser im System zu, da das Wasservolumen in den einzelnen Zellen nicht bekannt ist. Könnte man die Beprobungen so anlegen, dass eine Zelle einem bekannten Volumen entspricht, wäre es möglich, aus diesem Zellvolumen und den sich daraus ergebenden Wasserflüssen auch auf die Wasservolumina der anderen Zellen zu schließen. Damit kann das gespeicherte Wasservolumen samt Flutwasseranteil für das Grundwassersystem bestimmt werden. Da neben dem Flutwasser noch ein Zustrom von Grundwasser aus dem nördlich gelegenen Granitgebiet nachgewiesen werden konnte, scheinen die Grundwasserreserven am Unteren Kuiseb bisher unterschätzt worden zu sein.

Die Auswahl der Tracer erfolgte hauptsächlich aufgrund der Datenverfügbarkeit, ihrer Plausibilität und ihrem Verhalten in der Modellierung. Es lagen für Nitrat, Sulfat, Chlorid, Calcium, Magnesium, Kalium und Natrium chemische Analysen für jeden Brunnen und jede Source vor. Eine Ausnahme ist hier das sehr salzige Grundwasser aus dem Granit, welches nicht auf Nitrat untersucht wurde. Sulfat konnte nicht in allen Modellierungen verwendet werden, da in den Brunnen 7869 und 20199 eine Konzentration von nur 1 mg/l gemessen wurde, dies erscheint in Anbetracht der anderen gemessenen Konzentrationen als nicht plausibel, ansonsten scheint Sulfat gute Ergebnisse mit nicht sehr großen Fehlern zu liefern. Chlorid erwies sich als sehr geeigneter Tracer, es lag für jeden verwendeten Brunnen wie auch für die verschiedenen Sources mit plausiblen Konzentrationen vor. In der Modellierung zeigten die mit Chlorid gerechneten Varianten geringe Fehler (meist <20%). Für Natrium und Kalium waren die Modellergebnisse gut oder befriedigend, auch wenn der Fehler in ihren Massenbilanzen in manchen Varianten über 30% lag. Sie konnten aber immer zusammen mit Chlorid als Tracer verwendet werden. Für Magnesium sind die Ergebnisse deutlich verschiedener, hier gibt es Zellen, in denen die Modellierung mit einem sehr kleinen Fehler gelungen ist, aber auch Zellen, bei denen die Magnesiumkonzentration unter den Konzentrationen in den Zuflüssen lag und somit gar keine Modellierung mit Magnesium möglich war. Bei der Verwendung von Calcium lagen die Fehler häufig über 50%. Die Verwendung der Tracer ist eine der wichtigsten Entscheidungen des Modellierers, da sich die Ergebnisse mit unterschiedlichen Tracerkombinationen stark verändern. Hier sollte darauf geachtet werden, die Fehler in den Massenbilanzen so gering wie möglich zu halten. In dieser Arbeit wurde durch die Verwendung verschiedener Tracer zuerst ein Überblick über das Verhalten der einzelnen Tracer geschaffen und darauf in der Modellierung reagiert (Abschnitt 7.1 ab Seite 39).

9.2 Diskussion des Einbaus von Zerfallstracern in die Mixing-Cell-Modellierung

Das ursprüngliche Ziel, Wasseraltersdaten in die Mischungszellenmodellierung einzubauen, wurde nicht vollständig umgesetzt. Es wurde nicht das Wasseralter selbst eingebaut. sondern eine Komponente für Zerfallstracer. Damit scheiden Datierungsverfahren, wie die Tritium/Helium-Methode (Abschnitt 3.7 Seite 14), aufgrund ihrer Methodik aus. Auch bleiben bei diesem Ansatz Korrekturen in der Datierung, wie sie zum Beispiel bei der ¹⁴C-Datierung angewandt werden, unberücksichtigt. Trotzdem liefert das erweiterte Modell die Möglichkeit, die aus der inversen Modellierung gewonnen Varianten zu bestätigen oder abzulehnen. Das um Zerfallstracer erweiterte Mixing-Cell-Modell ist demnach ein zweistufiges Modell. Zuerst wird über die bereits bestehende Theorie (u.a. Adar 1996) mit den verschiedenen Hauptionen, Deuterium und ¹⁸O eine inverse Modellierung des zu betrachtenden Grundwassersystems durchgeführt. Darauf werden die Konzentrationen des Zerfallstracers (z.B. ¹⁴C, ⁸¹Kr, ³⁶Cl) über die neu entwickelten Gleichungen (35) oder (37) modelliert. Es können auch mehrere Zerfallstracer verwendet werden. Die Verweilzeit dient als Anpassungsparameter. Die Modellierung der Konzentrationen über die mittlere Verweilzeit in einer Zelle ist die Schwäche des Modells. Für die Verweilzeiten gibt es keine Daten im Modell, hier kann häufig nur eine Aussage getroffen werden, falls mittlere Verweilzeiten im negativen Bereich liegen oder die zugehörigen Werte dem Modellierer als nicht plausibel erscheinen. Kann aber der Abfluss aus dem Gesamtsystem bestimmt werden und, bei einem System mit Abfluss aus mehreren Zellen, der Abfluss aus den einzelnen Zellen, ist es möglich, dass nicht mehr die mittlere Verweilzeit, sondern das Wasservolumen einer Zelle als Anpassungsparameter dient. Das Wasservolumen ist meist eine deutlich greifbarere Größe und könnte durch hydrogeologische Untersuchungen verifiziert werden.

Mit dem Einbau der Zerfallstracer können bei einem System, welches mehrere Möglichkeiten von Zellzusammensetzungen zulässt, mehrere dieser Varianten ausgeschlossen werden. Dies ist nicht immer der Fall, aber durch dieses Werkzeug kann die Anzahl der Möglichkeiten häufig eingegrenzt werden, auch wenn vieles von der Entscheidung des Modellierers abhängt. Auch ist es möglich bei Bedarf zusätzliche Komponenten in die Massenbilanzgleichung der Tracer einzuführen, solange der dazugehörende Prozess bekannt ist.

In Abbildung 36 ist das Vorgehen bei der Mixing-Cell-Modellierung mit ¹⁴C dargestellt. Das vorliegende Modell beruht auf zwei Stufen. Die Grundlage bildet die Mischungszellenmodellierung mit den verfügbaren Tracern (Hauptionen, Deuterium und ¹⁸O), diese kann mit dem MIG von Adar und Külls (2002) durchgeführt werden. Die erhaltenen Ergebnisse dienen als Grundlage für die Mischungszellenmodellierung mit dem gewählten Zerfallstracer, die für jede der ermittelten möglichen Zellzusammensetzungen durchgeführt wird. Die so erhaltenen mittleren Verweilzeiten oder Zellvolumina, werden auf ihre Plausibilität geprüft. Zusätzlich werden noch die Fehler der Wasserbilanz und der Massenbilanzen der Tracer betrachtet, hier muss der Modellierer selbst ein Gütekriterium festlegen. Aufgrund dieser Betrachtungen kann in vielen Fällen die Anzahl der Möglichkeiten eingegrenzt werden.



Abbildung 36: Übersicht über die Vorgehensweise bei der Koppelung eines Mischungszellenmodells, das invers gelöst wird, und einem Mischungszellenmodell, welches mit Zerfallstracern arbeitet

9.3 Mixing-Cell-Modelle im Allgemeinen

Hier sollen Zellsysteme klassifiziert werden und die Anwendbarkeit von Mixing-Cell-Modellen auf sie diskutiert werden. Der Typ der Zellsysteme wird hauptsächlich durch die Geologie des betrachteten Gebietes vorgegeben. Man kann die Zellsysteme in zwei Hauptgruppen unterteilen. Auf der einen Seite stehen konvergente Systeme, dies sind Systeme, bei denen der gesamte Wasserfluss in einer Zelle zusammenfließt und über diese Zelle zum Abfluss kommt. So ein System ist in Abbildung 1 dargestellt. Auf der anderen Seite stehen Zellsysteme, bei denen der Systemabfluss über mindestens zwei Zellen erfolgt, solche Systeme werden hiermit als divergente Systeme definiert. Systeme können auf der einen Seite dendritisch aufgebaut sein und auf der anderen linear oder komplex. Komplex sind Systeme, in denen sich Fließwege trennen und wieder zusammenfinden. Liegt ein System mit mehreren Grundwasserstockwerken vor, so kann dies durch eine separate Betrachtung der einzelnen Stockwerke gelöst werden, wobei Zellen aus anderen Grundwasserstockwerken als Sources dienen. In der Literatur wurden, mit dem in dieser Arbeit verwendeten Ansatz, meist konvergente Systeme betrachtet (Adar und Neuman 1988, Adar et al. 1992). Dahan et al. 2004 verwendete den Ansatz in einem divergenten komplexen System.

9.4 Ausblick

Es sollte eine Möglichkeit geschaffen werden, mit der das entwickelte zweistufige Modell automatisiert werden kann. Außerdem kann der in Abschnitt 4.2.2 (Seite 25) angerissene Weg weiterverfolgt werden. Auf diese Weise kann das zweistufige Modell in ein einstufiges überführt werden und ist damit deutlich einfacher anwendbar. Die Frage, die sich hierbei stellt ist, ob sich dadurch auch die Modellergebnisse verbessern lassen. Die Verwendung von Zerfallstracern in einem inversen Lösungsverfahren könnte es ermöglichen, dass in einer Zelle gespeicherte Wasservolumen zu ermitteln.

Ein weiterer logischer Schritt in der Mischungszellenmodellierung wäre der Einbau von Austauschprozessen des Wassers mit dem Gestein. Dies könnte über, bei Simpson und Duckstein (1976) erwähnten, "death cells" erreicht werden, die nur einen Stoffaustausch mit dem Grundwassersystem vollziehen, ohne dass ein Wasserfluss stattfindet.

Wichtig ist die Weiterentwicklung der Verwendung von Altersdaten in der Mixing-Cell-Modellierung. Bestimmt man die Konzentration von Zerfallstracern, deren atmosphärische Konzentration fortlaufenden Änderungen unterliegt (u.a. ⁸⁵Kr, Weiss et al. 1992), in einer Source, so unterliegt diese Konzentration einer Schwankung. Dies könnte gelöst werden indem die Konzentration in der Source an die atmosphärische Konzentration gekoppelt wird. Das würde zu einem schrittweise zu rechnenden Modell führen und daher die Verwendung von Altersdaten verkomplizieren. Ist dieses Problem gelöst, sollten mehrere Zerfallstracer in einem Modell verwendet werden.

Auch sollte die Anwendbarkeit von Mixing-Cell-Modellen auf komplexe und divergente Grundwassersystem verbessert und erforscht werden. Hier ergeben sich modelltechnisch noch häufig Schwierigkeiten.

Die Mischungszellenmodelle sollten weiterhin mit verschiedensten anderen hydrologischen Modellen gekoppelt werden. Dahan et al. (2004) und Harrington et al. (1999) koppelten ein Mixing-Cell-Modell mit MODFLOW (Kapitel 2). Zu einer Kopplung bieten sich hydrochemische Modell wie AquaChem an.
Im Bezug auf das Dünengebiet des Unteren Kuiseb ist eine Messkampagne anzustreben, bei der die Beprobungsstellen systematisch gewählt werden, damit für mehrere zusätzliche Brunnen Daten zu Verfügung stehen. Hier ist es wichtig, dass das Gebiet nördlich des Kuiseb beprobt wird um die Unterschiede im zufließenden Grundwasser zu untersuchen und deren ¹⁴C-Gehalte zu bestimmen. Auch würde eine gezielte Beprobung des Tsondab-Sandsteines und der verschiedenen Paleochannels dazu beitragen, die Kenntnis über das Grundwassersystem zu vertiefen. Die Zellen können auf diese Weise an die Geologie angepasst werden, so dass eine Zelle z.B. einem Sektor eines Paleochannels entspricht. Außerdem sollte vor allem für die ¹⁴C-Beprobung an jeder Entnahmestelle ein Tiefenprofil erstellt werden. Auch bietet es sich an, dass Mixing-Cell-Modell des Kuiseb-Gebietes sowohl auf eine größere und kleinere Skale anzuwenden, indem man das Untersuchungsgebiet vergrößert und verkleinert und die Zellgrößen daran anpasst. Weiterhin können die durch das Modell gewonnenen Erkenntnisse zur Kalibrierung eines neuen hydrogeologischen Modells verwendet werden, hierzu ist u.a. MODFLOW (McDonald und Harbaugh 1988) geeignet.

10 Literaturliste

Adar, E. M. (1996): Quantitative evaluation of flow systems, groundwater recharge and transmissivities using environmental tracers. IAEA TECDOC, 910, pp. 113-154.

Adar, E.M. (1984): Quantification of aquifer recharge distribution using environmental isotopes an regional hydrochemistry. Dissertation, University of Arizona, Tucson, Arizona, 251 pp.

Adar, E.M., and C. Kuells (2002). "A short manual for installation and operation of MCM using MIG-Mixing-cell Input Generator". In: Use of Isotopes for Analyses of Flow and Transport Dynamics in Groundwater Systems. IAEA CD-ROM-UIAGS/CD 02-00131. pp. 360-388.

Adar, E.M., Halamish, N., Sorek, S., Levin, N. (2002): Compartmental modeling of a transient flow in a multi-aquifer system with isotopes and chemical tracers. In Use of Isotopes for Analyses of Flow and Transport Dynamics in Groundwater Systems, International Atomic Energy Agency TECDOC, Vienna, pp. 231-258, 2002.

Adar, E.M., Neuman, S.P. (1988): Estimation of spatial recharge distribution using environmental isotopes and hydrochechemical data. II. Application to Aravaipa Valley in Southern Arizona, USA. Journal of Hydrology, Vol. 97, pp. 297-302.

Adar, E.M., Neuman, S.P., Woolisher, D.A. (1988): Estimation of spatial recharge distribution using environmental isotopes and hydrochechemical data. I. Mathematical model and application to synthetic data. Journal of Hydrology, Vol. 97, pp. 297-302.

Adar, E.M., Rosenthal, E., Issar, A.S., Batelaan, O. (1992): Quantitative assessment of the flow pattern in the southern Arava Valley (Israel) by environmental tracers and a mixing cell model. Vol. 136(1-4), pp. 333-352.

Adar, E.M., Sorek, S. (1989): Multi-compartmental modeling for aquifer parameter estimation using natural tracers in non-steady flow. Advances in Water Resources, Vol. 12, pp. 84-89.

Adar, E.M., Sorek, S. (1990): Numerical method for aquifer parameter estimation utilizing environmental tracers in transient flow system. In: ModelCARE 1990 - calibration and reliability in groundwater modelling (ed. by Karel Kovar). IAHS-AISH Publ., Vol. 195, pp. 135-148.

AIN (Assessment Interconsult Namibia (PTY) Ltd) (1999). Preliminary Environmental Assessment of proposed development at Gobabeb Training and Research Centre, 1999.

Andrews, R.J., Lloyd, J.W., Lerner, D.N. (1997): Modelling of nitrate leaching from arable land into unsaturated soil an chalk: 1. Development of a management model for applications of sewage sludge and fertilizer. Journal of Hydrology, Vol. 200, pp. 179-197.

Apello, C.A.J., Willemsen, A. (1987): Geochemical calculations and observations on salt water intrusion, I. A comibined geochemical/mixing cell model. Journal of Hydrology, Vol. 94, pp.313-330.

Bajracharya, K., Barry, D.A. (1994): Note on common mixing cell models. Journal of Hydrology, Vol. 153, pp. 189-214.

Bard, Y. (1974): Nonlinear Parameter Estimation (Appendix D). Academic Press, 332 pp.

BGR (Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe) (1994): Technical Cooperation, Project Nr. 89.2034.0, German-Namibian Groundwater Exploration Project, Isotope Hydrological Study in Namibia. Compiled by M.A.Geyh.

BGR (Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe) (1995): Map. Kuiseb Dune Area. Groundwater Reserves & Aquifer Characteristics in the Kuiseb South Subarea. Compiled bye Lenz and drawn by Muniazo.

BGR (Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe) (1999): German-Namibian Groundwater Exploration Project. Summary Report. Groundwater Studies in Parts of Western and Northern Namibia, 1992-1998. 76 Seiten.

Campana, M.E. (1975): Finite-state models of transport phenomena in hydrologic systems. Ph.D. dissertation, University of Ariziona, Tucson, 252 p.

Campana, M.E. (1987): Generation of Ground-Water Age Distributions. Ground Water, Vol.25, No. 1, pp. 51-58.

Campana, M.E. (2002): Compartment model simulation of groundwater flow systems. In Use of Isotopes for Analyses of Flow and Transport Dynamics in Groundwater Systems, International Atomic Energy Agency TECDOC, Vienna, pp. 196-230, 2002.

Campana, M.E., Harrington, G., Tezcan, L. (2001): Compartmental model approaches to groundwater flow simulation. (ed., W. Mook), Environmental Isotopes in the Hydrological Cycle: Principles and Applications, UNESCO/IAEA, v. VI, pp. 37-73, 2001.

Campana, M.E., Mahin D.A. (1985): Model-derived estimates of groundwater mean ages, reacharge rates, effective porosities and storage in a limestone aquifer. Journal of Hydrology, Vol. 76, pp. 247-264.

Campana, M.E., Simpson, E.S. (1984): Groundwater residence times and recharge rates using a discrete state compartement model and C-14 data. Journal of Hydrology, Vol. 72, pp. 171-185.

Collon P., Kutschera W., Loosli H.H., Lehmann B.E., Purtschert R., Love.A, Sampson L., Anthony D., Cole D., Davids B., Morrissey D.J., Sherrill B.M., Steiner M., Pardo R.C., Paul M. (2000): ⁸¹Kr in the Great Artesian Basin, Australia: a new method for dating very old groundwater. Earth and Planetary Science Letters 182, pp. 103-113.

Cook P.G., Solomon D.K. (1997): Recent advances in dating young groundwater: chlorofluorocarbons, ³H/³He and ⁸⁵Kr. Journal of Hydrology 191, pp. 245-265.

Dahan, O., McGraw, D., Adar, E.M., Pohll, G., Bohm, B., Thomas, J. (2004): Multi.variable mixing cell model as a calibration and validation tool for hydrogeologic groundwater modeling. Journal of Hydrology, Vol. 293, pp. 115-136.

Dantzig, G.B. (1963): Linear Programming and Extension. Princeton University Press.

Davis, L. (1991): Handbook of Genetic Algorithmus. Van Nostrand Reinold. New York.

De Vries, Hl (1958): Variation in concentration of radiocarbon with time and location on earth. Proc. Koninkl. Nederl. Akad. Wetenschappen, 1958, B61, 1-9.

DWA (Department of Water Affairs) (1987): The Kuiseb Environment Project: An update of the hydrological, geohydrological and plant ecological aspects. Report Number: W87/7. Windhoek.

Ekwurzel B., Schlosser P., Smethie W.M., Plummer L.N., Busenberg E., Michel R.L., Weppering R., Stute M. (1994): Dating of shallow groundwater: Comparsion of the transient tracers ³H/³He, chlorofluorocarbons, and ⁸⁵Kr. Water Resources Research, Vol. 30, No.6, pp. 1683-1708.

Forster, M., Ramm, K. and Maier, P. (1992): Argon-39 dating of groundwater and its limiting conditions. In: Isotope Techniques in Water Resources Development 1991, IAEA, Vienna, pp. 203-214.

Gieske, A., De Vries, J.J. (1990): Conceptual and computational aspects of the mixing cell method to determine groundwater recharge components. Journal of Hydrology, Vol. 121, pp. 227-292.

Hammer, Ø., Harper, D.A.T., Ryan, P.D. (2001): PAST: Paleontological Statistics Software Package for Education and Data Analysis. Palaeontologia Electronica 4(1): 9 p. http://palaeo-electronica.org/2001_1/past/issue1_01.htm

Harbaugh, W.A., McDonald, M.G. (1996): User's Documentation for MODFLOW-96, an update to the US Geological Survey Modular Finite-Difference Ground-Water Flow Model. US Geological Survey. Open-File Report 96-485.

Harrington, G.A., Walker, G.R., Love, A.J., Narayan, K.A. (1999): A compartmental mixing-cell approach for the quantitative assessment of groundwater dynamics in the Otway Basin, South Australia. Journal of Hydrology, Vol. 214, pp. 49-63.

Hattle, A.D. (1985): Surface water hydrology of the Kuiseb. In: Huntley, B.J. (ed.): The Kuiseb environment: the development of a monitoring baseline. National Scientific Programmes Report 106, pp. 27-32.

Heaton, T.H.E., Talma, A.S., Vogel, J.C. (1981):Progress Report to the Steering Committee for Water Research in SWA. CSIR Report of the National Physical Research Laboratoty.

Hölting, B. (1996): Hydrogeologie-Einführung in die Allgemeine und Angewandte Hydrogeologie. Enke Verlag, Stuttgart, 441 Seiten.

Jacobson, P.J. (1997): An ephemeral perspective of fluvial ecosystems: viewing ephemeral rivers in the context of current lotic ecology. Ph.D. Blacksburg, Virginia, Virginia Polytechnic Institute and State University.

Kalinki, Muinjo, K. (1998): Groundwater modelling of the lower Kuiseb River between Rooibank and Gobabeb gauging stations. Department of Civil and Environmental Engineering, Land and Water Resources. Royal Institute of Technology. Stockholm. Thesis report series: 1998: 8.

Käss, W. (2004): Geohydrologische Markierungstechnik, Lehrbuch der Hydrogeologie Band 9, Gebrüder Borntraeger, Berlin, 557 Seiten.

Kirk, S.T., Campana, M.E. (1991): A deuterium-calibrated groundwater flow model of a regional carbonate-alluvial system. Journal of Hydrology. 1990. 119(1-4), pp 357-388.

Lehman B.E., Davis S.N., Fabryka J.T.: Atmospheric and Subsurface Sources of Stable and Radioactive Nuclides Used for Groundwater Dating. Water Resources Research, Vol.29, 1993, pp. 2027-2040.

Lehmann B.E., Love A., Purtschert R., Collon P., Loosli H.H., Kutschera W., Beyerle U., Aeschbach-Hertig W., Kipfer R., Frape S.K., Herczeg A., Moran J., Tolstikhin I.N., Gröning M. (2003): A Comparision of groundwater dating with ⁸¹Kr, ³⁶Cl and ⁴He in four wells of the Great Artesian Basin, Australia. Earth and Planetary Science Letters 211, pp. 237-250.

Ludin A.I. (1993): Kollineare Laserspektroskopie an einem Krypton-Atomstrahl zur Entwicklung einer alternativen ⁸¹Kr-Nachweistechnik. Doktorarbeit. Abteilung für Klimaund Umweltphysik, Physikalisches Institut, Universität Bern.

McDonald, M.G., Harbaugh, W.A. (1988): A modular three-dimensional finite-difference ground water flow model, Techniques of Water Resources Investigations of the U.S. Geological Survey book 6, chapter A1.

Moser, H. (2004): Umweltisotope. In Geohydrologische Markierungstechnik, Lehrbuch der Hydrogeologie Band 9, Werner Käss (Autor), Gebrüder Borntraeger, Berlin, 2004, 557 Seiten.

Norusis, M.J. (1985): SPSS Advances-Statistical Guide. McGraw-Hill and SPSS Inc., Chicago, IL.

Papula, L. (2001): Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler, Band 2. Vieweg Verlag, 801 Seiten.

Plöthner, D. (1995): German-Namibian Groundwater Exploration Project. Status Report 1/1994 – 2/1995. Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe, Hannover.

Plöthner, D. (1998): Isotope hydrological study om the Kuiseb Dune area, Koichab area (Lüderitz) and Omaruru Delta (Omdel.). Report of the GNP, Vol. D-II, Windhoek, DWA and BGR (Hannover). Unpublished.

Plummer, L.N., Jones, B.F., Truesdell, A.H. (1976): WATEQF- A fortran IV version of WATEQ, a program for calculating chemical equilibrium of natural waters. U.S. Geological Survey, Nat. Tech. Info. Serv., PB 261027, 61 p.

Plummer, L.N., Prestemon, E.C., Parkhurst, D.L. (1991): An interactice code (NETPATH) for modelling net geochemical reactions along a flow path. U.S. Geological Survey, Water Resources Investigations Report 91-4078, Reston, Virginia, 93 p.

Rasmussen, T.C. (1982): Solute transport in saturated fractured media. M.Sc. Thesis, University of Arizona, Tucson, Arizona.

Rosenthal, E., Adar, E.M., Issar, A.S., Batelaan, O. (1990): Definition of groundwater patterns by environmental tracers in the multiple aquifer systems of southern Arava Valley, Israel. Journal of Hydrology, Vol. 117, pp. 339-368.

Rozanski, K., Florkowski, T. (1979): Krypton-85 dating of groundwater. Isotope Hydrology 1978. IAEA, Vienna, pp. 949-961.

Sadler, W.R. (1990): A deuterium-calibrated discrete-state compartment model of regional groundwater flow, Nevada Test site and vicinity. M.S. thesis, University of Nevada, Reno, 249 p.

Schimdt, G. (1998): German-Namibian Groundwater Exploration Project. Kuiseb Dune Area Assessment of the Groundwater-Potential. Follow up Report. Vol. 7.

Schmidt, G., Plöthner, D. (1999): Abschätzung der Grundwasservorräte im Fluß- und Dünengebiet des Unteren Kuiseb, Namibia. Zeitschrift für angewandte Geologie, 45 (1999) 3.

Schmitz, A. (2004): Transmission losses and soil moisture dynamics in the alluvial fill of the Kuiseb River, Namibia. Diplomarbeit am Institut für Hydrologie, Albert Ludwigs Universität Freiburg im Breisgau.

Sengpiel, K.-P., Siemon, B. (1995): Interpretation of aerogeophysical data. Report of the GNGEP, Vol. B-III, Windhoek (DWA) and Hannover (BGR). Unpublished.

Sengpiel, K.-P., Siemon, B. (1997): Hubschrauberelektromagnetik zur Grundwassererkundung in der Namib-Wüste/Namibia. Zeitschrift für angewandte Geologie, 43 (1997) 3.

Shanyengana, E.S. (1997): Gobabeb Training and Research Centre programme: appropriate technology for arid lands. Desert Research Foundation of Namibia. Windhoek.

Simpson, E.S., Duckstein, L. (1976): Finite-state mixing-cell models. In Karst Hydrology and Water Resources, Vol. 2, V. Vevjevich (ed.), Water Resources Publications, Ft. Collins, CO, pp. 489-512.

Solomon D.K., Cook P.G, Sanford W.E. (1998): Dissolved Gases in Subsurface Hydrology. Aus Kendall C., McDonnell J.J.: Isotope Tracers in Catchment Hydrology, Elsevier, p. 839.

Solomon D.K., Cook, P.G. (1994): Groundwater ages as indicator of recharge to unconfined aquifers. In: American Geophysical Union 1994 Spring Meeting, Baltimore, p.155.

Stigter, T.Y., van Ooijen, S.P.J., Post, V.E.A., Appelo, C.A.J., Caravalho Dill, A.M.M.C. (1998): A hydrogeological and hydrochemical explanation of the groundwater composition under irrigated land in a Mediterranean environment, Algarve, Portugal. Journal of Hydrology, Vol. 208, pp. 262-279.

Suess, H.E. (1955): Radiocarbon concentration in modern wood. Science 122, 1955, 415.

Tezcan, L. (2002): Distributed modeling of flow and transport dynamics in large scale karst aquifer systems by environmental isotopes. In Use of Isotopes for Analyses of Flow and Transport Dynamics in Groundwater Systems, International Atomic Energy Agency TECDOC, Vienna, pp. 259-281, 2002.

Van den Panne, C., Whinston, A. (1964): Simplicial methods for quadratic programming. Naval Res. Logistics Quart., Vo. 11, pp. 273-302.

Van Ommen, H.C. (1985): The "mixing-cell" concept applied to transport of non-reactive and reactive components in soils and groundwater. Journal of Hydrology, Vol. 78, pp. 201-213.

Vogel, J.C., Talma, A.S., Heaton, T.H.E. (1982): The age and isotope composition of Groundwater in the Stampriet Basin, SWA. Unpublished. Report of the National Physical Research Laboratory, CSIR: 49 pp. Windhoek.

Vogel, J.C., van Urk, H. (1975): Isotopic composition of groundwater in semi-arid regions of southern Africa. Journal of Hydrology, Vol. 25, pp. 23-36.

Wagner, B.J., Gorelick, S.M. (1986): A statistical methodology for estimating transport paramters: Theory and applications to one-dimensional advective-dispersive systems. Water Resources Research. Vol. 22(8), pp. 1303-1315.

Ward, J.H. (1963): Hierarchical grouping to optimize an objective function. Journal of American Statistical Association, Vol. 58(301), pp. 236-244.

Weiss, W., Sartorius, H., Stockburge, H. (1992): Global distribution of atmospheric ⁸⁵Kr. In: Isotopes of Noble Gases as Tracers in Environmental Studies. IAEA, Vienna, pp. 29-62.

Wolfe, P. (1959): The Simplex method for quadratic programming. Econometrica, Vol. 27, pp. 382-398.

Wolfe, P. (1967): Methods of non-linear programming. Chapter 6. In: Interscience, J. Wiley, New York, pp. 97-131.

Woolhiser, D.A., Emmerich, W.E., Shirley, E.D. (1985): Identification of water sources using normalized chemical ion balances: a laboratory test. Journal of Hydrology, Vol. 76, pp. 205-231.

Woolhiser, D.A., Gardner, H.R., Olsen, S.R. (1979): Evaluating water quality effects of surface mining, presented at 1979 Winter Meet. A.S.A.E., published as Paper No. 79-2522 by A.S.A.E., St. Jospeh, Mich., p. 32.

Woolhiser, D.A., Gardner, H.R., Olsen, S.R. (1982): Estimation of multiple inflows to a stream reach using water chemistry data. Trans. A.S.A.E., 25(3): pp. 616-626.

Yurtsever, Y. (1999): Use of environmental tritium to study catchment dynamics: case study from the Danube River basin. In Integrated Methods in Catchment Hydrology-Tracer, Remote Sensing and New Hydrometric Techniques. IAHS Publication no. 258.

Yurtsever, Y., Payne, B. (1978): A digital simulation approach for a tracer case in hydrological systems (multicompartmental mathematical model), Int. Conference on Finite Elements in Water Resources, London.

Yurtsever, Y., Payne, B.R. (1985): Time-variant linear compartmental model approach to study flow dynamics of a karstic groundwater system by the aid of environmental tritium (a case study of south-eastern karst area in Turkey). Symposium on Karst Water Resources, Ankara-Antalya, July 1985, IAHS Publication No. 161, pp. 545-561.

11 Anhang

19.01 06:17

19.01 16:44

19.01 22:00

21.01 09:00

21.01 18:00

21.01 20:30

8.9

9.0

11.3

14.6

12.3

17.0

2.9

0.7

20.1

19.9

16.4

15.8

Aursive werte wurden nicht zur derechnung des Mittelwertes verwendet aus Schmitz (2004)										
Date / Time	CI [mg/I]	NO₃ [mg/l]	SO₄ [mg/l]	Na [mg/l]	K [mg/l]	Mg [mg/l]	Ca [mg/l]			
18.01 06:31	64.2	2.9	16.7	48.9	20.9	17.3	108.8			
18.01 06:31	64.5	0.2	1.8	52.7	32.2	27.8	152.2			
18.01 06:36	66.1	1.2	16.3	49.9	20.2	16.7	106.3			
18.01 07:52	38.3	0.6	7.6	31.7	14.3	12.4	102.9			
18.01 10:05	19.5	8.7	17.2	16.7	10.5	8.6	72.3			
18.01 14:37	9.2	18.5	10.2	8.8	8.3	7.1	54.9			
18.01 18:20	7.8	8.7	9.0	7.8	8.2	7.4	66.5			
18.01 21:57	7.9	11.8	9.2	7.5	7.3	6.2	44.5			

8.6

2.9

10.4

14.1

12.2

15.7

7.6

8.2

9.3

13.3

11.1

14.7

6.9

7.1

6.9

6.4

7.0

7.0

6.4

5.2

5.7

5.0

6.0

4.3

56.5

43.4

42.9

34.3

48.1

29.8

Tabelle 26: Chemische Analyse eines Abflussereignisses des Kuiseb bei Gobabeb im Jahr 2004. Kursive Werte wurden nicht zur Berechnung des Mittelwertes verwendet aus Schmitz (2004)

 Tabelle 27: Chemische Analyse eines weiteren Abflussereignisses des Kuiseb bei Gobabeb im Jahr

 2004. Kursive Werte wurden nicht zur Berechnung des Mittelwertes verwendet aus Schmitz (2004)

Date / Time	CI [mg/I]	NO₃ [mg/l]	SO₄ [mg/l]	Na [mg/l]	K [mg/l]	Mg [mg/l]	Ca [mg/l]
26.01 15:08	50.4	0.0	2.1	40.5	21.1	16.6	110.1
26.01 08:45	43.6	1.0	21.6	36.1	10.0	9.4	74.4
26.01 10:25	44.7	4.2	36.7	38.4	9.8	8.9	70.7
26.01 21:30	18.8	15.3	14.5	18.6	8.1	5.7	37.5
27.01 09:45	15.4	20.2	11.3	14.4	6.9	4.7	30.3
27.01 20:00	16.5	16.5	12.5	15.4	7.4	4.0	26.1

Tabelle 28: Chemische Analyse des Grundwassers bei Swartbank im Jahr 2004. Der Mittelwert bildet die Source: Grundwasser-Swarbank. Daten aus Schmitz (2004)

Date / Time	CI [mg/I]	NO₃ [mg/l]	SO₄ [mg/l]	Na [mg/l]	K [mg/l]	Mg [mg/l]	Ca [mg/l]
16.02 12:35	696.2	0.0	279.8	381.0	29.6	63.7	176.4
26.02 16:30	215.8	0.0	133.8	184.8	22.5	23.4	150.6
04.03 12:00	589.0	0.0	242.8	331.2	29.7	65.2	174.8
11.03 13:23	667.8	4.0	265.0	356.7	30.1	75.4	193.6
17.03 16:15	700.2	0.0	297.4	379.0	31.5	76.4	195.3
27.03 18:00	699.6	0.0	291.2	417.2	31.2	68.5	174.6
02.04 10:15	699.6	0.0	285.4	377.0	27.3	61.8	156.1
07.04 10:42	669.2	0.0	277.0	408.0	30.7	67.5	167.3

Date / Time	CI [mg/I]	NO₃ [mg/l]	SO₄ [mg/l]	Na [mg/l]	K [mg/l]	Mg [mg/l]	Ca [mg/l]
18.03 14:00	5065.1		4391.2	342.4	35.2	108.0	262.4

Tabelle 29: Daten der Source des sehr salzigen Grundwassers. Lage: 23°11. 221 S; 14°39. 220 E. Aus Schmitz 2004

Tabelle 30: Chemische Analyse des Grundwassers bei Gobabeb im Jahr 2004. Der Mittelwert bildet die Source: Grundwasser-Gobabeb. Daten aus Schmitz (2004)

Date / Time	CI [mg/I]	NO3 [mg/l]	SO4 [mg/l]	Na [mg/l]	Ka [mg/l]	Mg [mg/l]	Ca [mg/l]
15.01 10:30	599.0	22.6	316.4	420.9	34.9	70.2	182.7
18.01 07:46	608.8	22.4	318.4	380.4	29.3	65.0	171.1
20.01 07:50	859.8	21.2	424.2	553.3	37.9	88.0	230.5
21.01 08:00	911.0	22.6	440.6	562.9	40.7	91.9	247.5
23.01 08:30	919.0	23.6	444.8	576.6	38.9	90.9	243.0
25.01 10:40	833.2	23.2	413.4	532.0	37.5	84.6	224.4
26.01 09:00	820.4	23.0	404.4	525.7	35.9	84.1	222.0
27.01 09:30	816.8	23.0	406.8	524.8	36.9	83.5	222.7
29.01 08:30	827.8	19.8	408.6	528.5	35.2	83.6	225.1
31.01 09:00	816.4	21.8	409.4	530.4	36.2	82.7	223.2
02.02 09:10	806.4	21.8	401.8	520.7	35.6	81.9	222.0
10.02 09:00	786.4	22.6	399.0	511.2	37.4	80.8	220.6
10.02 09:00	770.6	20.2	395.2	500.4	35.2	79.5	221.1
18.02 08:20	760.4	18.6	398.6	498.6	36.0	80.2	221.7
06.03 07:30	737.0	17.8	422.4	494.7	35.8	79.5	231.9
18.03 07:05	686.4	16.6	414.0	460.6	33.9	77.5	227.3
30.03 07:50	659.4	16.4	423.0	452.0	35.9	77.9	236.9
07.04 06:30	669.6	15.8	408.6	422.8	34.8	78.7	246.4
12.04 07:30	698.8	17.6	419.0	471.7	35.9	78.1	232.2
15.04 08:00	634.2	15.8	426.0	436.9	34.3	76.8	240.7

Tabelle 31: Brunnen im Untersuchungsgebiet, hydrochemische Daten, ¹⁴ C-Konzent	trationen, Höhe über n.N. (Alt), Grundwasseroberfläch	e (Head), Rest
Water Level (RWL), Mächtigkeit der wasserführenden Schicht und das Jahre der ¹	¹⁴ C-Probeentnahme. Hauptionen und TDS in mg/l (Zus	ammengefasst
durch Plöthner 1995)		

Brunnen	¹⁴ C pMC	Alt m	Head m	RWLm	NO₃	Mg	к	Na	Ca	CI	SO4	TDS	рΗ	Thick m	Year
20198	67.1	210.27	180.65	29.62	1	21	8	90	3	99	11	348	8.4	16.88	
12808	96.5	232.13	225.68	6.45	3	37	12	43	118	48	43	335	8.4	26.55	1971
20172	87.3	232.1	212.93	19.17	0.7	42	13	37	113	40	29	325	8.4	4.83	1993
7892	81	224.91	166.9	58.01	9	45	13	184	50	216	81	733	7.2	49.99	1975
7869	86	220.84	168.08	52.76	1	49	11	64	35	68	1	327	8.1	45.23	1967
21616	94	254.25	249.25	5	2	56	14	33	139	55	34	340	8	12	1976
21613	78.1	312.32	251.04	61.28	3	66	12	108	85	116	58	533	7.6	26.72	
21610	70.9	145.24	126.35	18.89	2	70	23	246	58	286	80	970	8.2	14.11	
7898	66	259.37	186.97	72.4	4	74	13	172	43	214	81	750	8.2	41.97	1975
7871	70.5	223.96	173.09	50.87	4	74	14	61	75	30	75	402	7.6	34.13	1975
21898	108.3	350	311	39	0	75	27	213	75	278	91	760	7.9	22	1977
21611	73.2	289.83	259.42	30.41	2	86	17	175	65	235	81	772	7.5	23.59	1993
20199	100.4	214.22	195.12	19.1	1	86	18	140	5	200	1	609	8.5	12.9	1976

Tabelle 32: Übersicht der Clusteranalyse des ersten Datenset. In der Kopfzeile stehen die zur Clusteranalyse verwendeten Stoffe. Die Zahlen stehen für das Cluster in welches dir Brunnen zugeordnet wurden

Brunnen	Mg-Cl	SO ₄ -Cl	Na-SO ₄	CI-TDS	¹⁴ C-Cl	SO ₄ - ¹⁴ C	Cl-SO ₄ - ¹⁴ C	K-SO ₄	Ca-Cl	Alk-CL	Alk-K	K-Cl-SO ₄	K-Cl-SO ₄ - ¹⁴ C	Mg-TDS
7869	2	2	2	1	1	1	2	1	2	2	1	2	2	1
7871	2	2	2	2	1	1	2	1	2	2	1	2	2	1
7892	1	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	3
7898	1	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	3
12808	2	2	2	1	1	1	2	1	2	2	1	2	2	1
20172	2	2	2	1	1	1	2	1	2	2	1	2	2	1

20198	2	2	2	1	1	1	2	1	2	2	1	2	2	1
20199	1	1	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	2
21610	1	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	3
21611	1	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	3
21613	2	2	2	2	1	1	2	1	2	2	1	2	2	2
21616	2	2	2	1	1	1	2	1	2	2	1	2	2	1
21898	1	1	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	3

Tabelle 33: Daten aus Adar et al. (1988). Daten wurden zur Testrechnung in Abschnitt 4.3 verwendet. Die Leitfähigkeit wird inµMHO/cm angegeben, Konzentrationen in meq/l, ¹⁸O und Deuterium in ‰, das Zellvollumen ist einheitslos und ¹⁴C wird in pMC angegeben

Fluss/Zelle	Leitfähigkeit	Mg	Са	Na	К	CI	Deuterium	¹⁸ O	¹⁴ C	Zellvolumen
Q ₁	353.8	0.74	1.97	0.97	0.062	0.205	-73.8	-9.73	100	
Q ₂	147.8	0.84	0.41	0.33	0.03	0.07	-68.9	-9.36	100	
Q ₃	303.7	0.08	0.27	2.45	0.034	0.292	-71	-9.12	100	
Q ₄	356	1.72	3.18	0.73	0.34	0.14	-67	-8.43	100	
Q ₅	531.6	1.22	3.66	0.66	0.025	0.283	-69	-9.43	100	
Q_6	184	0.35	0.76	0.37	0.04	0.105	-66.3	-8.56	100	
Q ₇	407.5	0.86	2.59	0.87	0.056	0.24	-71.5	-10.4	100	
Q ₈	184	0.35	0.76	0.37	0.04	0.105	-63.3	-8.56	100	
Zelle1	285.13	0.77	1.45	0.76	0.05	0.16	-72.17	-9.61	48.39	900
Zelle2	329.12	1.05	1.98	1.31	0.20	0.19	-69.02	-8.82	39.93	5250
Zelle3	323.96	0.98	1.93	1.16	0.17	0.19	-68.70	-8.82	31.15	3400
Zelle4	292.15	0.83	1.67	0.98	0.14	0.17	-67.47	-8.76	41.46	1100

Tabelle 34: Wasserflüsse der Sources und zwischen den Zellen aus Abschnitt 4.3, Seite 26. Flüsse sind einheitslos

Q ₁	Q ₂	Q ₃	Q ₄	Q ₅	Q_6	Q ₇	Q ₈
0.1	0.05	0.25	0.4	0.05	0.1	0	0.25
Q _{1,2}	Q _{2,3}	Q _{3,4}	Q _{Outflow}	W ₁	W ₂	W ₃	W ₄
0.1	0.7	0.85	0.9	0.05	0.05	0	0.2

Variante	Flutwasser	GW-Gobabeb	Salt	Fehler WB
1a	75.4%	24.6%	n.z.	4.66%
1b	76.4%	23.6%	0%	1.61%
1c	73.1%	26.9%	0%	6.96%
1d	75.6%	24.4%	0%	3.97%
1e	77.3%	22.7%	n.z.	3.57%
1f	58.5%	41.5%	n.z.	0.32%
1g	71.5%	28.5%	n.z.	10.56%
1h	62.6%	37.4%	n.z.	4.60%
1i	62.2%	37.8%	n.z.	0.22%

Tabelle 35: Ergebnisse der inversen Modellierung für Zelle 1. In der Kopfzeile stehen Zuflüsse und Fehler der Wasserbilanz. "n.z." ist ein nicht zugelassener Zufluss

Tabelle 36: Ergebnisse der inversen Modellierung für Zelle 2. In der Kopfzeile stehen Zuflüsse und Fehler der Wasserbilanz. "n.z." ist ein nicht zugelassener Zufluss

Variante	Flutwasser	GW-Gobabeb	Salt	Zelle 1	Fehler WB
2a	86.8%	13.2%	n.b.	n.b.	5.07%
2b	86.8%	13.2%	0%	n.b.	5.07%
2c	87.6%	12.4%	n.b.	n.b.	2.45%
2d	84.6%	15.4%	n.b.	n.b.	0.43%
2e	87.3%	12.7%	n.b.	n.b.	0.69%
2f	86.5%	13.5%	n.b.	n.b.	2.01%
2g	76.6%	11.3%	n.b.	12.1%	3.82%
2h	78.4%	9.3%	n.b.	12.3%	0%

Tabelle 37: Ergebnisse der inversen Modellierung für Zelle 3. In der Kopfzeile stehen Zuflüsse und Fehler der Wasserbilanz. "n.z." ist ein nicht zugelassener Zufluss

Variante	Flutwasser	GW-Go	GW-Sb	Salt	Zelle 2	Zelle 4	Zelle 1	Fehler WB
3a	0.0%	0.0%	18.3%	0.3%	81.4%	0.0%	n.z.	24.95%
3b	61.7%	n.z.	38.3%	0.0%	0.0%	n.z.	n.z.	22.81%
3c	0.00%	n.z.	18.3%	0.3%	81.4%	n.z.	n.z.	24.95%
3d	61.7%	n.z.	38.3%	0.0%	0.0%	0.0%	n.z.	22.81%
3e	69.1%	n.z.	30.9%	n.z.	0.0%	n.z.	n.z.	0.71%
3f	69.1%	n.z.	30.9%	0.0%	0.0%	n.z.	n.z.	0.71%
3g	69.1%	n.z.	30.9%	n.z.	0.0%	0.0%	n.z.	0.71%
3h	61.7%	n.z.	38.3%	n.z.	0.0%	0.0%	n.z.	22.81%
3i	n.z.	n.z.	16.5%	n.z.	83.5%	0.0%	n.z.	1.37%
Зј	60.20%	n.z.	39.8%	n.z.	0.0%	0.0%	n.z.	26.91%
3k	69.10%	n.z.	30.9%	n.z.	0.0%	0.0%	n.z.	0.71%
3m	n.z.	n.z.	22.7%	n.z.	77.3%	0.0%	n.z.	0.98%
3n	0.00%	n.z.	22.7%	n.z.	77.3%	n.z.	n.z.	0.98%
30	n.z.	n.z.	22.7%	0.0%	77.3%	n.z.	0.0%	0.98%
3р	n.z.	n.z.	n.z.	1.2%	72.6%	n.z.	26.1%	1.39%

Variante	Flutwasser	GW-Swartbank	Salt	GW-Gobabeb	Fehler WB
4a	95.2%	4.8%	0.0%	n.z.	14.89%
4b	95.8%	0.0%	0.0%	4.2%	11.24%
4c	94.9%	5.1%	n.z.	n.z.	11.56%
4d	94.6%	5.4%	n.z.	n.z.	11.92%
4e	94.5%	5.5%	n.z.	n.z.	0%
4f	94.0%	6.0%	n.z.	n.z.	0.85%
4g	95.7%	4.3%	n.z.	n.z.	14.75%
4h	95.2%	4.8%	n.z.	n.z.	10.54%
4i	93.6%	6.4%	n.z.	n.z.	9.43%
4j	92.1%	7.9%	n.z.	n.z.	0.07%

Tabelle 38: Ergebnisse der inversen Modellierung für Zelle 4. In der Kopfzeile stehen Zuflüsse und Fehler der Wasserbilanz. "n.z." ist ein nicht zugelassener Zufluss

Tabelle 39: Ergebnisse der inversen Modellierung für Zelle 5. In der Kopfzeile stehen Zuflüsse und Fehler der Wasserbilanz. "n.z." ist ein nicht zugelassener Zufluss

Variante	Flutwasser	GW-Sw.	Zelle 4	Zelle 2	Salt	Zelle 8	Zelle 3	Fehler WB
5a	38.4%	0.0%	54.2%	7.4%	0.0%	0.0%	0.0%	10.58%
5b	39.6%	n.z.	60.4%	0.0%	n.z.	n.z.	n.z.	3.96%
5c	61.4%	n.z.	29.6%	9.0%	n.z.	n.z.	n.z.	3.76%
5d	36.7%	n.z.	63.3%	0.0%	n.z.	n.z.	n.z.	10.64%
5e	38.2%	n.z.	61.8%	0.0%	n.z.	n.z.	n.z.	11.67%
5f	53.0%	n.z.	47.0%	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	0%
5g	59.1%	n.z.	40.9%	0.0%	n.z.	n.z.	n.z.	6.56%
5h	57.3%	n.z.	40.7%	2.1%	n.z.	n.z.	n.z.	0%
5i	n.z.	n.z.	100%	0.0%	n.z.	0.0%	n.z.	31.36%
5j	n.z.	n.z.	94.9%	5.1%	n.z.	n.z.	0.0%	31.56%
5k	55.1%	n.z.	35.5%	9.4%	n.z.	n.z.	n.z.	1.69%
51	39.0%	n.z.	18.7%	42.4%	n.z.	n.z.	n.z.	5.62%
5m	59.1%	0.0%	40.9%	0.0%	n.z.	n.z.	n.z.	6.57%
5n	39.6%	0.0%	60.4%	0.0%	n.z.	n.z.	n.z.	3.96%
50	53.2%	n.z.	46.8%	0.0%	n.z.	n.z.	n.z.	5.95%
5р	n.z.	0.0%	100%	0.0%	n.z.	n.z.	n.z.	23.89%
5q	n.z.	0.0%	100%	0.0%	n.z.	n.z.	n.z.	24.35%
5r	n.z.	n.z.	100%	0.0%	n.z.	n.z.	0.0%	21.42%
5s	46.4%	n.z.	50.7%	2.9%	n.z.	n.z.	n.z.	0.5%

Variante	Flutwasser	GW-Sw.	Zelle 4	Salt	Zelle 8	Zelle 5	Zelle 3	Fehler WB
6a	38.7%	0.0%	0.0%	0.0%	31.4%	29.9%	n.z.	8.52%
6b	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	37.2%	62.8%	n.z.	25.34%
6c	40.3%	n.z.	n.z.	n.z.	30.8%	28.8%	n.z.	6.79%
6d	39.8%	n.z.	0.0%	n.z.	30.8%	29.3%	n.z.	8.48%
6e	59.2%	n.z.	n.z.	n.z.	27.8%	13.0%	n.z.	0%
6f	40.1%	n.z.	n.z.	n.z.	27.8%	32.1%	n.z.	5.18%
6g	40.5%	n.z.	n.z.	n.z.	26.4%	33.1%	n.z.	0.12%
6h	38.7%	n.z.	n.z.	n.z.	31.4%	29.9%	n.z.	8.52%
6i	38.7%	n.z.	n.z.	n.z.	31.4%	29.9%	0.0%	8.52%
6ј	44.8%	n.z.	n.z.	n.z.	28.9%	26.2%	n.z.	4.15%
6k	n.z.	n.z.	69.8%	n.z.	19.1%	11.2%	n.z.	5.42%
61	n.z.	n.z.	37.8%	n.z.	37.2%	25.0%	n.z.	15.1%

Tabelle 40: Ergebnisse der inversen Modellierung für Zelle 6. In der Kopfzeile stehen Zuflüsse und Fehler der Wasserbilanz. "n.z." ist ein nicht zugelassener Zufluss

Tabelle 41: Ergebnisse der inversen	Modellierung für Zelle 7	in Kombination mit Zelle 3. In der
Kopfzeile stehen Zuflüsse und Fehle	r der Wasserbilanz. "n.z."	" ist ein nicht zugelassener Zufluss

Variante	Flutwasser	GW-Swartbank	Zelle 2	Fehler WB
37a	66.9%	33.1%	0.0%	4.40%
37b	n.z.	19.9%	80.1%	7.08%
7-37a	66.9%	33.1%	0.0%	4.40%
7-37b	n.z.	19.9%	80.1%	7.08%

Tabelle 42: Ergebnisse der inversen Modellierung für Zelle 8. In der Kopfzeile stehen Zuflüsse und Fehler der Wasserbilanz. "n.z." ist ein nicht zugelassener Zufluss

Variante	Flutwasser	GW-Swartbank	Zelle 4	Salt	Zelle 3	Fehler WB
8a	0.0%	24.3%	75.7%	0.0%	n.b.	10.36%
8b	0.0%	28.5%	71.5%	0.0%	n.b.	1.04%
8c	67.6%	32.4%	n.z.	0.0%	n.b.	4.87%
8d	0.0%	n.z.	97.5%	2.5%	n.b.	9.6%
8e	n.z.	n.z.	27.7%	n.z.	72.3%	7.98%
8f	0.0%	19.6%	56.9%	0.0%	23.4%	3.09%

Variante	Flutwasser	GW-Swartbank	Zelle 4	Zelle 8	Salt	Fehler WB
9a	97.9%	0.0%	0.0%	0.4%	1.7%	0.00%
9b	n.z.	0.0%	20.6%	79.4%	0.0%	43.37%
9c	43.3%	n.z.	0.0%	56.5%	0.2%	27.23%
9d	81.1%	18.9%	0.0%	n.z.	0.0%	19.65%
9e	97.6%	0.0%	0.7%	n.z.	1.7%	0.00%
9f	n.z.	21.4%	78.6%	n.z.	0.0%	41.96%
9h	n.z.	0.0%	98.2%	0.0%	1.8%	32.07%
9j	n.z.	n.z.	98.2%	0.0%	1.8%	32.07%
9k	32.5%	n.z.	65.9%	n.z.	1.6%	23.81%
91	59.8%	n.z.	38.6%	n.z.	1.6%	11.23%
9m	79.3%	0.0%	0.0%	19.5%	1.2%	10.21%
90	82.4%	17.6%	n.z.	n.z.	0.0%	17.09%
9p	63.0%	0.0%	35.5%	0.0%	1.4%	0.00%
9q	81.0%	n.z.	n.z.	18.0%	1.0%	0.00%
9r	n.z.	0.0%	97.4%	0.0%	2.6%	49.56%
9s	79.3%	n.z.	0.0%	19.5%	1.2%	10.21%

Tabelle 43: Ergebnisse der inversen Modellierung für Zelle 9. In der Kopfzeile stehen Zuflüsse und Fehler der Wasserbilanz. "n.z." ist ein nicht zugelassener Zufluss

Tabelle 44: Ergebnisse der inversen Modellierung für Zelle 10. In der Kopfzeile stehen Zuflüsse und Fehler der Wasserbilanz. "n.z." ist ein nicht zugelassener Zufluss

Variante	Flutwasser	GW-Swartbank	Zelle 8	Zelle 9	Salt	Zelle 7	Fehler WB
10a	0.0%	24.9%	75.1%	0.0%	0.0%	n.z.	4.05%
10b	n.z.	n.z.	99.1%	0.0%	0.9%	n.z.	16.25%
10c	28.7%	47.6%	n.z.	23.7%	0.0%	n.z.	3.21%
10d	n.z.	19.4%	80.6%	0.0%	n.z.	n.z.	4.27%
10e	53.7%	46.3%	n.z.	0.0%	n.z.	n.z.	4.21%
10f	0.0%	19.4%	80.6%	n.z.	n.z.	n.z.	4.27%
10g	0.0%	24.9%	75.1%	n.z.	n.z.	n.z.	4.05%
10h	n.z.	22.7%	58.7%	n.z.	n.z.	18.6%	5.81%
10i	n.z.	19.4%	80.6%	n.z.	n.z.	0.0%	4.27%
10j	53.7%	46.3%	n.z.	n.z.	n.z.	0.0%	4.21%

Tabelle 45: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante A. Fehler in der Wasserbilanz ist 5,3%. Fehler der Massenbilanzen -14,9%, -19,4% und 19,2% (K, Na, Cl)

Variante A	Zelle 1	Zelle 2	Zelle 3	Zelle 4	Zelle 7	Zelle 8	Zelle 10	Flutw.	GW-G	GW-S
Zelle 4	n.m.	92.3%	n.z.	7.7%						
Zelle 8	n.z.	n.z.	n.z.	70.7%	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	29.3%
Zelle 10	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	73.3%	n.m.	n.z.	n.z.	26.7%

Tabelle 46: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante B. Fehler in der Wasserbilanz ist 8,0%. Fehler der Massenbilanzen -17,8%, -14,2% und 16,2% (K, Na, Cl)

Variante B	Zelle 1	Zelle 2	Zelle 3	Zelle 4	Zelle 7	Zelle 8	Zelle 10	Flutw.	GW-G	GW-S
Zelle 4	n.m.	92.3%	n.z.	7.7%						
Zelle 8	n.z.	n.z.	n.z.	70.7%	n.m.	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	29.3%
Zelle 10	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	29.1%	48.2%	n.m.	n.z.	n.z.	22.7%

Variante C	Zelle 1	Zelle 2	Zelle 3	Zelle 4	Zelle 7	Zelle 8	Zelle 10	Flutw.	GW-G	GW-S
Zelle 3	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m	n.m.	n.m.	61.7%	n.z.	38.3%
Zelle 4	n.m.	92.3%	n.z.	7.7%						
Zelle 8	n.z.	n.z.	75.5%	24.5%	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	n.z.
Zelle 10	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	71.7%	n.m.	n.z.	n.z.	28.3%

Tabelle 47: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante C. Fehler in der Wasserbilanz ist 6,9%. Fehler der Massenbilanzen -15,6%, -21,1% und 16,5% (K, Na, Cl).

Tabelle 48: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante C. Fehler in der Wasserbilanz ist 9,6%. Fehler der Massenbilanzen -18,9%, -14,0% und 13,9% (K, Na, Cl)

Variante D	Zelle 1	Zelle 2	Zelle 3	Zelle 4	Zelle 7	Zelle 8	Zelle 10	Futw.	GW-G	GW-S
Zelle 3	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m	n.m.	n.m.	61.7%	n.z.	38.3%
Zelle 4	n.m.	92.3%	n.z.	7.7%						
Zelle 8	n.z.	n.z.	75.5%	24.5%	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	n.z.
Zelle 10	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	35.7%	41.6%	n.m.	n.z.	n.z.	22.7%

Tabelle 49: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante E. Fehler in der Wasserbilanz ist 6,5%. Fehler der Massenbilanzen -14,8%, -19,6% und 18,8% (K, Na, Cl)

Variante E	Zelle 1	Zelle 2	Zelle 3	Zelle 4	Zelle 7	Zelle 8	Zelle 10	Flutw.	GW-G	GW-S
Zelle 3	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m	n.m.	n.m.	61.7%	n.z.	38.3%
Zelle 4	n.m.	92.3%	n.z.	7.7%						
Zelle 8	n.z.	n.z.	26.3%	53.9%	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	19.8%
Zelle 10	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	73.7%	n.m.	n.z.	n.z.	26.3%

Tabelle 50: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante F. Fehler in der Wasserbilanz ist 8,6%. Fehler der Massenbilanzen -17,5%, -14,8% und 16,1% (K, Na, Cl)

Variante F	Zelle 1	Zelle 2	Zelle 3	Zelle 4	Zelle 7	Zelle 8	Zelle 10	Flutw.	GW-G	GW-S
Zelle 3	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m	n.m.	n.m.	61.7%	n.z.	38.3%
Zelle 4	n.m.	92.3%	n.z.	7.7%						
Zelle 8	n.z.	n.z.	26.3%	53.9%	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	19.8%
Zelle 10	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	26.7%	50.5%	n.m.	n.z.	n.z.	22.7%

Tabelle 51: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante G. Fehler in der Wasserbilanz ist 5,3%. Fehler der Massenbilanzen -14,9%, -19,4% und 19,2% (K, Na, Cl)

Variante G	Zelle 1	Zelle 2	Zelle 3	Zelle 4	Zelle 7	Zelle 8	Zelle 10	Flutw.	GW-G	GW-S
Zelle 4	n.m.	92.3%	n.z.	7.7%						
Zelle 8	n.z.	n.z.	n.z.	70.7%	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	29.3%
Zelle 10	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	73.3%	n.m.	n.z.	n.z.	26.7%

Variante H	Zelle 1	Zelle 2	Zelle 3	Zelle 4	Zelle 7	Zelle 8	Zelle 10	Flutw.	GW-G	GW-S
Zelle 4	n.m.	92.3%	n.z.	7.7%						
Zelle 8	n.z.	n.z.	n.z.	70.7%	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	29.3%
Zelle 10	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	29.1%	48.2%	n.m.	n.z.	n.z.	22.7%

Tabelle 52: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante H. Fehler in der Wasserbilanz ist 8,0%. Fehler der Massenbilanzen -17,8%, -14,2% und 16,2% (K, Na, Cl)

Tabelle 53: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante I. Fehler in der Wasserbilanz ist 7,3%. Fehler der Massenbilanzen -15,1%, -19,5% und 16,2% (K, Na, Cl)

Variante I	Zelle 1	Zelle 2	Zelle 3	Zelle 4	Zelle 7	Zelle 8	Zelle 10	Flutw.	GW-G	GW-S
Zelle 1	n.m.	62.6%	37.4%	n.z.						
Zelle 2	3.6%	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	82.1%	14.4%	n.z.
Zelle 3	n.z.	77.0%	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	23.0%
Zelle 4	n.m.	92.3%	n.z.	7.7%						
Zelle 8	n.z.	n.z.	77.0%	23.0%	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	n.z.
Zelle 10	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	72.5%	n.m.	n.z.	n.z.	27.5%

Tabelle 54: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante J. Fehler in der Wasserbilanz ist 9,6%. Fehler der Massenbilanzen -18,3%, -13,6% und 13,9% (K, Na, Cl)

Variante J	Zelle 1	Zelle 2	Zelle 3	Zelle 4	Zelle 7	Zelle 8	Zelle 10	Flutw.	GW-G	GW-S
Zelle 1	n.m.	62.6%	37.4%	n.z.						
Zelle 2	3.6%	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	82.1%	14.4%	n.z.
Zelle 3	n.z.	77.0%	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	23.0%
Zelle 4	n.m.	92.3%	n.z.	7.7%						
Zelle 8	n.z.	n.z.	77.0%	23.0%	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	n.z.
Zelle 10	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	32.6%	44.7%	n.m.	n.z.	n.z.	22.7%

Tabelle 55: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante K. Fehler in der Wasserbilanz ist 6,7%. Fehler der Massenbilanzen -14,7%, -19,1% und 18,4% (K, Na, Cl)

Variante K	Zelle 1	Zelle 2	Zelle 3	Zelle 4	Zelle 7	Zelle 8	Zelle 10	Flutw.	GW-G	GW-S
Zelle 1	n.m.	62.6%	37.4%	n.z.						
Zelle 2	3.6%	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	82.1%	14.4%	n.z.
Zelle 3	n.z.	77.0%	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	23.0%
Zelle 4	n.m.	92.3%	n.z.	7.7%						
Zelle 8	n.z.	n.z.	32.3%	50.0%	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	17.7%
Zelle 10	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	73.9%	n.m.	n.z.	n.z.	26.1%

Variante L	Zelle 1	Zelle 2	Zelle 3	Zelle 4	Zelle 7	Zelle 8	Zelle 10	Flutw.	GW-G	GW-S
Zelle 1	n.m.	62.6%	37.4%	n.z.						
Zelle 2	3.6%	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	82.1%	14.4%	n.z.
Zelle 3	n.z.	77.0%	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	23.0%
Zelle 4	n.m.	92.3%	n.z.	7.7%						
Zelle 8	n.z.	n.z.	32.3%	50.0%	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	17.7%
Zelle 10	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	26.1%	51.1%	n.m.	n.z.	n.z.	22.7%

Tabelle 56: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante L. Fehler in der Wasserbilanz ist 8,7%. Fehler der Massenbilanzen -17,3%, -14,5% und 15,9% (K, Na, Cl)

Tabelle 57: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante O. Fehler in der Wasserbilanz ist 9,4%. Fehler der Massenbilanzen -18,9%, -25,6% und 17,2% (K, Na, Cl)

Variante O	Zelle 1	Zelle 2	Zelle 3	Zelle 4	Zelle 7	Zelle 8	Flutw.	GW-G	GW-S	Salt
Zelle 1	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	62.6%	37.4%	n.z.	n.z.
Zelle 2	0.0%	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	84.2%	15.8%	n.z.	n.z.
Zelle 3	23.1%	75.6%	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	n.z.	1.4%
Zelle 4	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	92.3%	n.z.	7.7%	n.z.
Zelle 8	n.z.	n.z.	73.8%	26.2%	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.
Zelle 10	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	70.8%	n.z.	n.z.	29.2%	n.z.

Tabelle 58: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante P. Fehler in der Wasserbilanz ist 11,2%. Fehler der Massenbilanzen -21,0%, -16,0% und 14,0% (K, Na, Cl)

Variante P	Zelle 1	Zelle 2	Zelle 3	Zelle 4	Zelle 7	Zelle 8	Flutw.	GW-G	GW-S	Salt
Zelle 1	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	62.6%	37.4%	n.z.	n.z.
Zelle 2	0.0%	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	84.2%	15.8%	n.z.	n.z.
Zelle 3	23.1%	75.6%	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	n.z.	1.4%
Zelle 4	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	92.3%	n.z.	7.7%	n.z.
Zelle 8	n.z.	n.z.	73.8%	26.2%	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.
Zelle 10	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	38.8%	38.5%	n.z.	n.z.	22.7%	n.z.

Tabelle 59: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante Q. Fehler in der Wasserbilanz ist 7,2%. Fehler der Massenbilanzen -15,7%, -20,9% und 19,1% (K, Na, Cl)

Variante Q	Zelle 1	Zelle 2	Zelle 3	Zelle 4	Zelle 7	Zelle 8	Flutw.	GW-G	GW-S	Salt
Zelle 1	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	62.6%	37.4%	n.z.	n.z.
Zelle 2	0.0%	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	84.2%	15.8%	n.z.	n.z.
Zelle 3	23.1%	75.6%	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	n.z.	1.4%
Zelle 4	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	92.3%	n.z.	7.7%	n.z.
Zelle 8	n.z.	n.z.	21.5%	57.0%	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	21.6%	n.z.
Zelle 10	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	73.6%	n.z.	n.z.	26.3%	n.z.

Variante U	Zelle 1	Zelle 2	Zelle 3	Zelle 4	Zelle 7	Zelle 8	Flutw.	GW-G	GW-S	Salt
Zelle 2	n.z.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	84.2%	15.8%	n.z.	n.z.
Zelle 3	n.z.	77.0%	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	23.0%	n.z.
Zelle 4	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	92.3%	n.z.	7.7%	n.z.
Zelle 8	n.z.	n.z.	77.0%	23.0%	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.
Zelle 10	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	72.5%	n.z.	n.z.	27.5%	n.z.

Tabelle 60: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante U. Fehler in der Wasserbilanz ist 7,3%. Fehler der Massenbilanzen -15,1%, -19,5% und 16,2% (K, Na, Cl)

Tabelle 61: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante V. Fehler in der Wasserbilanz ist 9,6%. Fehler der Massenbilanzen -18,3%, -13,6% und 13,9% (K, Na, Cl)

Variante V	Zelle 1	Zelle 2	Zelle 3	Zelle 4	Zelle 7	Zelle 8	Flutw.	GW-G	GW-S	Salt
Zelle 2	n.z.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	84.2%	15.8%	n.z.	n.z.
Zelle 3	n.z.	77.0%	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	23.0%	n.z.
Zelle 4	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	92.3%	n.z.	7.7%	n.z.
Zelle 8	n.z.	n.z.	77.0%	23.0%	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.
Zelle 10	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	32.6%	44.7%	n.z.	n.z.	22.7%	n.z.

Tabelle 62: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante W. Fehler in der Wasserbilanz ist 6,7%. Fehler der Massenbilanzen -14,7%, -19,1% und 18,4% (K, Na, Cl)

Variante W	Zelle 1	Zelle 2	Zelle 3	Zelle 4	Zelle 7	Zelle 8	Flutw.	GW-G	GW-S	Salt
Zelle 2	n.z.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	84.2%	15.8%	n.z.	n.z.
Zelle 3	n.z.	77.0%	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	23.0%	n.z.
Zelle 4	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	92.3%	n.z.	7.7%	n.z.
Zelle 8	n.z.	n.z.	32.2%	50.1%	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	17.7%	n.z.
Zelle 10	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	73.8%	n.z.	n.z.	26.2%	n.z.

Tabelle 63: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante X. Fehler in der Wasserbilanz ist 8,7%. Fehler der Massenbilanzen -17,3%, -14,5% und 15,9% (K, Na, Cl)

Variante X	Zelle 1	Zelle 2	Zelle 3	Zelle 4	Zelle 7	Zelle 8	Flutw.	GW-G	GW-S	Salt
Zelle 2	n.z.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	84.2%	15.8%	n.z.	n.z.
Zelle 3	n.z.	77.0%	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	23.0%	n.z.
Zelle 4	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	92.3%	n.z.	7.7%	n.z.
Zelle 8	n.z.	n.z.	32.2%	50.1%	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	17.7%	n.z.
Zelle 10	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	26.2%	51.1%	n.z.	n.z.	22.7%	n.z.

Tabelle 64: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante Y. Fehler in der Wasserbilanz ist 9,4%. Fehler der Massenbilanzen -18,9%, -25,6% und 17,2% (K, Na, Cl)

Variante Y	Zelle 1	Zelle 2	Zelle 3	Zelle 4	Zelle 7	Zelle 8	Flutw.	GW-G	GW-S	Salt
Zelle 1	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	62.6%	37.4%	n.z.	n.z.
Zelle 2	n.z.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	84.2%	15.8%	n.z.	n.z.
Zelle 3	23.1%	75.6%	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	n.z.	1.4%
Zelle 4	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	92.3%	n.z.	7.7%	n.z.
Zelle 8	n.z.	n.z.	73.8%	26.2%	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.
Zelle 10	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	70.8%	n.z.	n.z.	29.2%	n.z.

Variante Z	Zelle 1	Zelle 2	Zelle 3	Zelle 4	Zelle 7	Zelle 8	Flutw.	GW-G	GW-S	Salt
Zelle 1	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	62.6%	37.4%	n.z.	n.z.
Zelle 2	n.z.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	84.2%	15.8%	n.z.	n.z.
Zelle 3	23.1%	75.6%	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	n.z.	1.4%
Zelle 4	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	92.3%	n.z.	7.7%	n.z.
Zelle 8	n.z.	n.z.	73.8%	26.2%	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.
Zelle 10	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	38.8%	38.5%	n.z.	n.z.	22.7%	n.z.

Tabelle 65: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante Z. Fehler in der Wasserbilanz ist 11,2%. Fehler der Massenbilanzen -21,0%, -16,0% und 14,0% (K, Na, Cl)

Tabelle 66: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante AA. Fehler in der Wasserbilanz ist 7,2%. Fehler der Massenbilanzen -15,7%, -20,9% und 19,1% (K, Na, Cl)

Variante AA	Zelle 1	Zelle 2	Zelle 3	Zelle 4	Zelle 7	Zelle 8	Flutw.	GW-G	GW-S	Salt
Zelle 1	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	62.6%	37.4%	n.z.	n.z.
Zelle 2	n.z.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	84.2%	15.8%	n.z.	n.z.
Zelle 3	23.1%	75.6%	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	n.z.	1.4%
Zelle 4	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	92.3%	n.z.	7.7%	n.z.
Zelle 8	n.z.	n.z.	21.5%	57.0%	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	21.6%	n.z.
Zelle 10	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	73.7%	n.z.	n.z.	26.3%	n.z.

Tabelle 67: Ergebnisse der Modellierung der Zellen 1-4 und 8 und 10. Variante AB. Fehler in der Wasserbilanz ist 9,1%. Fehler der Massenbilanzen -18,1%, -15,5% und 16,3% (K, Na, Cl)

Variante AB	Zelle 1	Zelle 2	Zelle 3	Zelle 4	Zelle 7	Zelle 8	Flood	GW-G	GW-S	Salt
Zelle 1	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	62.6%	37.4%	n.z.	n.z.
Zelle 2	n.z.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	84.2%	15.8%	n.z.	n.z.
Zelle 3	23.1%	75.6%	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	n.z.	1.3%
Zelle 4	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	n.m.	92.3%	n.z.	7.7%	n.z.
Zelle 8	n.z.	n.z.	21.5%	57.0%	n.m.	n.m.	n.z.	n.z.	21.6%	n.z.
Zelle 10	n.z.	n.z.	n.z.	n.z.	27.2%	50.1%	n.z.	n.z.	22.7%	n.z.

Ehrenwörtliche Erklärung:

Hiermit erkläre ich, dass diese Diplomarbeit selbständig und nur unter Verwendung der angegebenen Hilfsmitteln angefertigt wurde.

Ort, Datum

Unterschrift